

Bilance energije

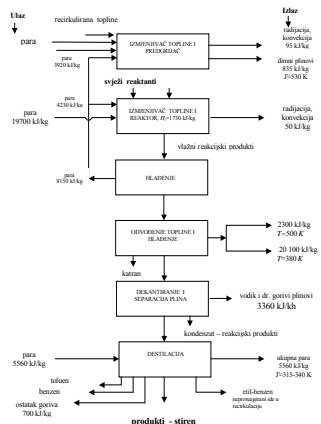
Dr. sc. Ana Vrsalović Presečki

1

- Zadaća kemijskog inženjera je da na temelju praćenja energije koja ulazi u svaku procesnu jedinicu odredi ukupne energetske potrebe cijelog procesa.
- Kemijski inženjer će moći rješiti ovu zadaću samo onda ako zna napisati bilancu energije za svoj proces na sličan način kako je napisao bilancu tvari za svaki tok tvari u i iz procesa i njegovih pojedinih dijelova (jedinica).

2

ENERGIJA I KEMIJSKO INŽENJERSTVO



3

Slide

4

Problemi koji se rješavaju pomoću bilanci energije

1. Koliko energije (energija/vrijeme) je potrebno da se prepumpa $1250 \text{ m}^3/\text{h}$ vode iz spremnika u procesnu jedinicu?
2. Koliko topline je potrebno dovesti da se 2000 kg vode pri 30°C pretvorи u paru pri 180°C ?
3. Smjesa ugljikovodika se destilira pri čemu nastaje kapljivita i parna faza za koje se može izračunati protok i sastav. Izvor topline je kondenzacija zasićene pare pri tlaku od 15 bara. Kojom brzinom se mora para dovoditi u proces, da se prodestilira 2000 mol/h ulazne sirovine?
4. Jako egzotermna kemijska reakcija $A \rightarrow B$ se provodi u kontinuiranom reaktoru. Ako se ostvaruje 75 %-tina konverzija reaktanta A, kojom brzinom se toplina mora odvoditi iz reaktora da se u reaktoru održava stalna temperatura?

4

Slide

5

Problemi koji se rješavaju pomoću bilanci energije

5. Koliko ugljena mora sagorjeti svaki dan da se proizvede dovoljno topline za proizvodnju pare za pokretanje turbine, koja će proizvoditi električnu energiju za potrebe grada od $500\,000$ stanovnika?
6. Kemijski proces se sastoji od četiri reaktora, 25 pumpi, nekoliko kompresora, destilacijskih kolona, tankova s mješalicama, isparivača, filtarske preše i drugih separacijskih jedinica. Svaka jedinica ili stvara ili troši energiju u obliku rada ili topline.
 - a) Kako se može proces projektirati da se minimizira ukupna energetska potrošnja? (Na primjer: da li se energija oslobođena u jednom dijelu procesa može upotrijebiti u drugom dijelu procesa koji troši energiju?)
 - b) Kolike su ukupne energetske potrebe procesa i kolika će biti njihova cijena?

5

Slide

6

Osnovni pojmovi u bilancama energije

➤ Sustav

Veličine sustava

- ❖ Tlak
- ❖ Temperatura
- ❖ Energija

Stanje sustava

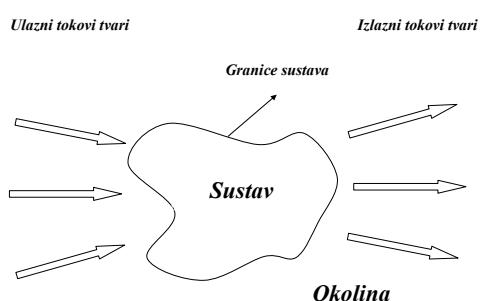
6

Osnovni pojmovi u bilancama energije

- Sustav je dinamička tvorevina koja u danoj okolini djeluje samostalno s određenom svrhom.
- U kemijskom inženjerstvu definiramo sustav kao proizvoljno specificiranu tvar koja se nalazi u procesu ili dijelu procesa odnosno procesnom uređaju na koji se usredotočujemo pri razmatranju.

7

Osnovni pojmovi u bilancama energije



- Sustav mora biti definiran prema okolini s granicama sustava.
- Sve što je izvan granica sustava naziva se okolina.

8

Osnovni pojmovi u bilancama energije

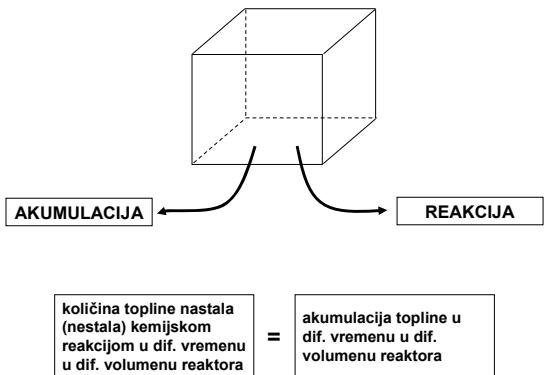
Podjela sustava prema prolazu tvari:

- Zatvoren ili neprotočan – nema prolaza tvari
- Otvoren ili protočan – tvar stalno prolazi kroz sustav.

9

Zatvoreni sustav

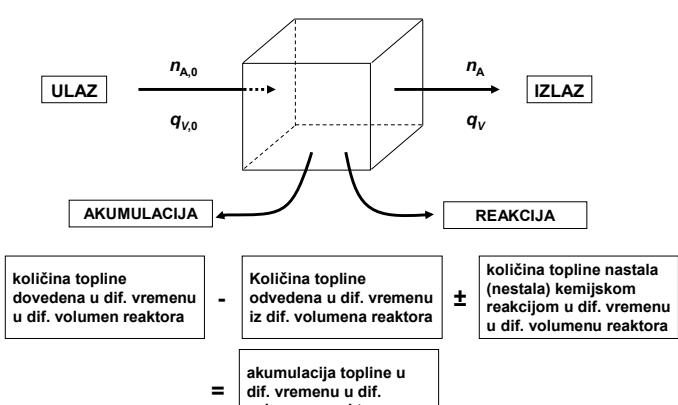
10



10

Otvoreni sustav

11



11

Osnovni pojmovi u bilancama energije

12

- Velike sustava su osobine odnosno svojstva sustava. To su značajke tvari koje možemo mjeriti kao npr. tlak, volumen i temperatura ili izračunati kao npr. neki oblici energije.
 - Ovisi o uvjetima u sustavu u danom vremenu.

12

Podjela veličina sustava

- **Ekstenzivne** (npr. masa i volumen) koje se mijenjaju s količinom tvari. Vrijednost ekstenzivnih veličina je jednaka njihovoj sumi u podsustavu.
- **Intenzivne** (npr. temperatura, tlak, gustoća) koje se ne mijenjaju s količinom tvari. Njihova vrijednost se ne adira.
 - **Specifične** (npr. specifični volumen, molarna entalpija), koje ne ovise o količini tvari.

13

Specifične veličine sustava

Specifične veličine sustava su intenzivne veličine dobivene dijeljenjem ekstenzivnih veličina s ukupnom masom ili množinom tvari.

Entalpija H [J] ⇒ ekstenzivna veličina
Promjena entalpije ΔH [J] ⇒ ekstenzivna veličina

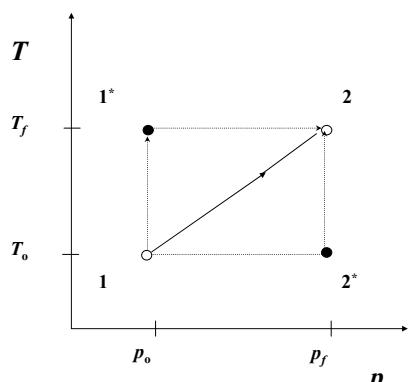
molarna entalpija H_m [J/mol] ⇒ specifična veličina
specifična entalpija h [J/kg] ⇒ specifična veličina

14

Specifične veličine sustava

Stanje sustava (npr. agregatno stanje) je određeno s danim intenzivnim veličinama u danom vremenu i ne ovisi o obliku i konfiguraciji sustava niti o putu kojim tvar prelazi u neko drugo stanje.

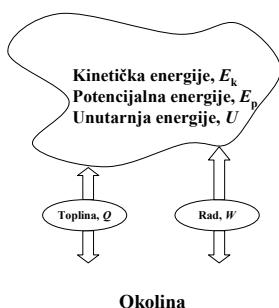
15

Osnovni pojmovi u bilancama energije**Promjene veličina stanja**

16

Osnovni pojmovi u bilancama energije

Energija (E) sustava je fizička veličina koja označava sustav.
Ima tri oblika: kinetičku, potencijalnu i unutarnju energiju.



17

Kinetička energija (E_k) je energija koju sustav posjeduje kada se kreće brzinom v u odnosu na površinu zemlje.

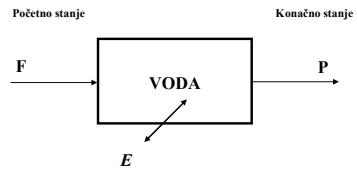
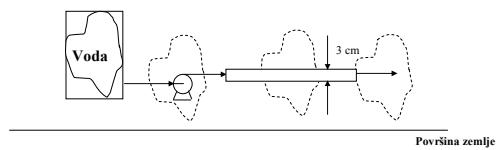
$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Primjer: Voda se pumpa iz spremnika u cijev unutarnjeg promjera 3 cm, volumnim protokom $q_v = 0,001 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$. Koliko se za to troši energije po kg vode?

18

Kinetička energija

Procesna shema:



Baza: 1 kg vode

$$E = E_k = 1 \text{ J/kg}$$

19

Potencijalna energija

P o t e n c i j a l n a e n e r g i j a (E_p) je energija koju sustav posjeduje obzirom na gravitaciju i visinu u odnosu na površinu zemlje.

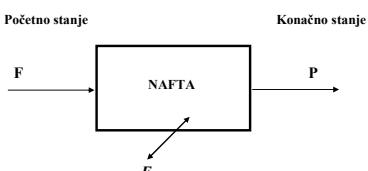
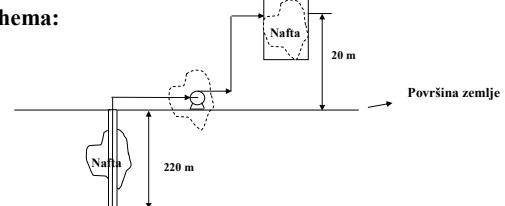
$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

Primjer: Sirova nafta se pumpa brzinom 15 kg/s iz bušotine duboke 220 m u spremnik koji se nalazi 20 m iznad površine zemlje. Koliko će energije biti potrebno za pokretanje pumpe?

20

Potencijalna energija

Procesna shema:



Baza: 15 kg s⁻¹ nafte

$$E = E_p = 35300 \text{ J s}^{-1}$$

21

Unutarnja energija

T e r m o d i n a m i č k a (unutarnja) e n e r g i j a (U) je posljedica gibanja molekula relativno prema centru mase sustava. To je makroskopska mjera molekulske, atomske i subatomske energije. Mora se izračunati iz drugih veličina.

$$U = E - (E_k + E_p)$$

22

Unutarnja energija**S p e c i f i č n a u n u t a r n j a e n e r g i j a:**

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \cdot dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T \cdot dv$$

Specifični toplinski kapacitet pri stalnom volumenu:

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

23

Unutarnja energija**Promjena specifične unutarnje energije:**

$$u_f - u_0 = \int_{T_0}^{T_f} c_v \cdot dT$$

$$\Delta u = \int_{T_0}^{T_f} c_v \cdot dT$$

Treba zapamtiti da se može izračunati samo razlika unutarnje energije ili izračunati unutarnja energija u odnosu na referentno stanje, ali ne i apsolutna vrijednost unutarnje energije.

24

Entalpija

E n t a l p i j a (H) je oblik unutarnje energije koju posjeduje tvar kojoj se mijenja volumen.

$$H = U + p \cdot V$$

25

Entalpija**M o l a r n a e n t a l p i j a:**

$$dH_m = \left(\frac{\partial H_m}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial H_m}{\partial p} \right)_T dp$$

Molarni toplinski kapacitet pri stalnom tlaku:

$$C_{p,m} = \left(\frac{\partial H_m}{\partial T} \right)_p$$

26

Entalpija**Promjena molarne entalpije:**

$$H_{m,f} - H_{m,0} = \int_{T_0}^{T_f} C_{p,m} dT$$

$$\Delta H_m = \int_{T_0}^{T_f} C_{p,m} dT$$

Treba zapamtiti da se može izračunati samo promjena entalpije ili izračunati entalpija u odnosu na referentno stanje, ali ne i absolutna vrijednost entalpije.

27

Entalpija

Promjena molarne entalpije ovisi o početnom i konačnom stanju sustava:

Početno stanje sustava

$$\Delta H_{m,0} = H_{m,0} - H_{m,\text{ref}}$$

Konačno stanje sustava

$$\Delta H_{m,f} = H_{m,f} - H_{m,\text{ref}}$$

Ukupna promjena entalpije:

$$\Delta H_m = (H_{m,f} - H_{m,\text{ref}}) - (H_{m,0} - H_{m,\text{ref}})$$

$$\Delta H_m = H_{m,f} - H_{m,0}$$

28

Osnovni pojmovi u bilancama energije

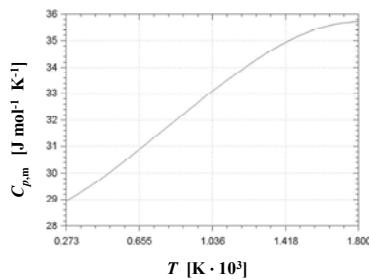
Molarni toplinski kapacitet pri stalnom tlaku – specifična toplina je funkcija (polinomska) temperature:

$$C_{p,m} = a + b \cdot T + c \cdot T^2 + d \cdot T^3$$

29

Osnovni pojmovi u bilancama energije

Molarni toplinski kapacitet pri stalnom tlaku – specifična toplina je funkcija temperature:



30

Osnovni pojmovi u bilancama energije**K a p l j e v i n e i k r u t i n e**

$$C_{p,m} = C_{v,m}$$

I d e a l n i p l i n o v i

$$C_{p,m} = C_{v,m} + R$$

V o d a

$$c_{p,m} = 4,184 \text{ kJ/(kg K)} \text{ (voda)}$$

O r g a n s k e o t o p i n e

$$C_{p,m} = k \cdot M_m^a$$

31

Osnovni pojmovi u bilancama energije**T O P L I N A, Q**

Toplina je dio ukupne energije koji prelazi ili prolazi granice sustava zbog temperaturne razlike između sustava i okoline.

Smjer izmjene je uvijek prema nižoj temperaturi.

Toplina je pozitivna kada s okoline prelazi na sustav, a negativna kada sa sustava prelazi na okolinu. Toplina se s okolinom može izmjeniti kondukcijom, konvekcijom ili radijacijom.

Toplina nije osobina (značajka) sustava.

32

Osnovni pojmovi u bilancama energije**R A D W**

Rad je oblik energije koji prolazi granice sustava kao odgovor na neku pokretačku snagu.

Rad je pozitivan kada ga okolina vrši na sustav, a negativan kada sustav vrši rad na okolinu.

Rad nije osobina (značajka) sustava.

33

Osnovni pojmovi u bilancama energije

PRVI ZAKON TERMODINAMIKE

Temelj svih računanja koja se izvode pomoću bilanci energije je **Zakon o održanju energije**: Energija se ne može stvoriti iz ničega niti uništiti. Ovaj zakon se još naziva i **prvi zakon termodinamike**.

BILANCA ENERGIJE je primjena prvog zakona termodinamika na procese u kemijskoj i srodnim industrijama.

34

Osnovni pojmovi u bilancama energije

JEDINICE ENERGIJE

Temeljna jedinica energije je joule:

$$J \text{ (joule)} = N \cdot m$$

Joule je rad koji izvrši sila od 1 Newton-a kada se njeno hvatište pomakne za 1 metar u smjeru sile.

$$1 J = N \cdot m = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$$

$$1 J = 0,23901 \text{ cal}$$

35

Upotreba tablica s termodinamičkim podacima

Nije moguće znati apsolutnu vrijednost specifične unutarnje energije u procesnog materijala, ali je moguće odrediti promjenu one veličine, koja odgovara promjenama veličina stanja (temperature, tlaka i faza).

Kada je jedan puta odredena promjena specifične termodinamičke (unutarnje) energije $\Delta u = \Delta U / m$ može se izračunati promjena specifične entalpije za istu promjenu stanja prema relaciji

$$\Delta h = \Delta u + \Delta(p \cdot v)$$

Dogovoren način da se izmjerene promjene Δu i Δh prikažu tablično je biranje temperature, tlaka i agregatnog stanja kao referentnog stanja i zatim navođenja Δu ili Δh za promjene od ovog stanja do serije drugih stanja.

36

Tablica vodene pare*

Voda je radni medij pri operacijama koje se često upotrebljavaju u kemijskoj i srodnim industrijama. Ona se upotrebljava kao rashladni medij kada se procesna jedinica treba hladiti da se odvede određena količina topline koju generira sustav ili se upotrebljava za proizvodnju pare koja se koristi kao medij za zagrijavanje procesne jedinice ako je u sustav potrebno dovesti određenu količinu topline iz okoline.

Osobine vode i vodene pare su vrijednosti fizičkih veličina koje označuju svojstva vode. Posebno su prilagodene za praktičnu primjenu i složene su u termodinamičkim tablicama koje su standardne za strojarske i kemijske inženjere.

*K.Ražnjević, Termodinamičke tablice, Školska knjiga, Zagreb, 1975.

37

Tablica vodene pare*

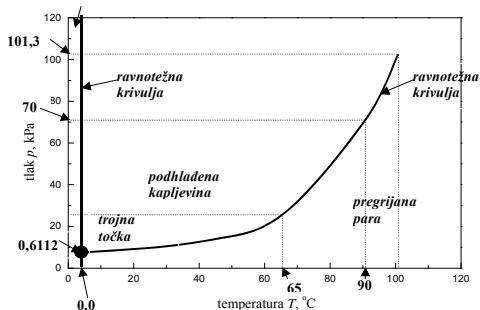
Prema međunarodnom dogovoru kao referentna (temeljna) vrijednost u tablicama pare je uzeta unutarnja energija zasićene kapljivite faze vodene pare pri trojnoj točki vode ($p = 0,6112 \text{ kPa}$, $T = 0,01^\circ\text{C}$) koja je jednaka nuli $u = h = 0 \text{ kJ/kg}$.

Referentno stanje u tablicama pare je trojna točka kapljevite vode. Ostale vrijednosti koje se nalaze u tablicama pare su izračunate pomoću jednadžbe stanja.

*K.Ražnjević, Termodinamičke tablice, Školska knjiga, Zagreb, 1975.

38

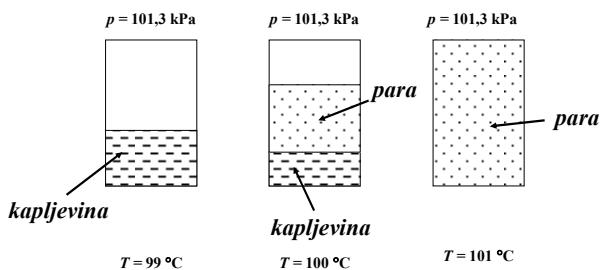
Tablica vodene pare*



$p - T$ dijagrama za čistu vode i trojna točka vode

*K.Ražnjević, Termodinamičke tablice, Školska knjiga, Zagreb, 1975.

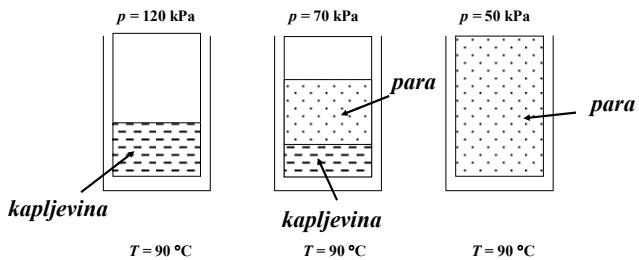
39

Tablica vodene pare*

Prijelaz vode (kapljevita faza) u paru (plinovita faza) pri stalnom tlaku.

*K.Ražnjević, Termodinamičke tablice, Školska knjiga, Zagreb, 1975.

40

Tablica vodene pare*

Prijelaz vode (kapljevita faza) u paru (plinovita faza) pri stalnoj temperaturi.

*K.Ražnjević, Termodinamičke tablice, Školska knjiga, Zagreb, 1975.

41

Osobine zasićene vodene pare pri danoj temperaturi

T [K]	p [kPa]	v		h	
		[m ³ /kg] kapljevina	[m ³ /kg] para	[kJ/kg] kapljevina	[kJ/kg] para
495	2410.3	0.001193	0.00288	2802	1849
500	2671.3	0.001203	0.002552	2976.3	1826
505	2932.9	0.001213	0.002091	3095.8	1804
510	3174.9	0.001223	0.002096	1023.3	2884
515	3467.3	0.001233	0.002759	1047.1	2803
520	3779.9	0.001244	0.002724	1071.3	2802
525	4114	0.001254	0.002553	1095.5	2801
530	4470	0.001268	0.004356	1120.1	2798
535	4848	0.00128	0.004074	1145.1	2795
540	5231	0.001294	0.00744	1170.2	2792
545	5679	0.001306	0.00443	1195.4	2780
550	6124	0.001317	0.003607	1220.1	2783
555	6616	0.001339	0.003915	1247.3	2777
560	7125	0.001355	0.00584	1273.7	2771
565	7643	0.001373	0.00571	1299.9	2763
570	8225	0.001392	0.002755	1328.3	1426.6
575	8837	0.001412	0.003994	1356.2	1389.0
580	9472	0.001433	0.01926	1384.5	1349.6
585	10127	0.001453	0.01771	1412.0	1308.2
590	10848	0.001483	0.01627	1443.8	1284.6
595	11592	0.001511	0.01493	1474.6	1219.4
600	12375	0.001542	0.01368	1506.4	1170.2
605	13199	0.001577	0.01251	1539.5	1118.6
610	14046	0.001611	0.01151	1571.7	1062.7
615	14978	0.001646	0.01037	1609.0	1002.4
620	15938	0.001707	0.009379	1647	936.6
625	16947	0.001764	0.008425	1688	863.0
630	18039	0.001823	0.007609	1732	796.2
635	19129	0.001893	0.006656	1783	677.1
640	20311	0.002008	0.00559	1844	546.2
645	21563.0	0.002238	0.004440	1937	336.2
647	22129.7	0.00326	0.00326	2100	0

42

Osobine zasićene vodene pare pri danoj temperaturi

Primjer: Izračunati masu zasićene vodene pare pri temperaturi 600 K potrebnu da bi se izmjenjivaču topline dovelo $6 \cdot 10^6$ kJ/h topline ako para u izmjenjivaču topline samo kondenzira.

$$Q = E = q \cdot h_v$$

$$h_v(T = 600 \text{ K}) = 1170,2 \text{ kJ/kg}$$

$$q = \frac{E}{h_v} = \frac{6 \times 10^6 \text{ kJ/h}}{1170,2 \text{ kJ/kg}} = 5127 \text{ kg/h}$$

43

Osobine zasićene vodene pare pri danom tlaku

P [kPa]	T [K]	v [m ³ /kg]	h [kJ/kg]	h_v [kJ/kg]
1,0	289,87	0,0000000	129,9	25,21
1,5	295,29	0,0000007	87,9	54,79
2,0	300,63	0,0000014	64,27	39,53
2,5	304,92	0,0000021	54,24	30,93
3,0	307,23	0,0000028	45,66	24,61
3,5	309,49	0,0000035	39,48	17,16
4,0	311,63	0,0000043	34,81	12,06
4,5	313,74	0,0000051	31,13	8,96
5,0	315,83	0,0000059	28,19	6,93
5,5	317,89	0,0000067	25,77	5,03
6,0	319,92	0,0000075	23,74	4,24
6,5	321,93	0,0000083	22,05	3,56
7,0	323,91	0,0000091	20,63	3,00
7,5	325,87	0,0000099	19,23	2,54
8,0	327,81	0,0000107	18,00	2,17
8,5	329,73	0,0000115	16,88	1,88
9,0	331,63	0,0000123	15,85	1,61
9,5	333,52	0,0000131	14,89	1,35
10,0	335,39	0,0000139	14,00	1,11
10,5	337,25	0,0000147	13,23	0,90
11,0	339,1	0,0000155	12,53	0,72
11,5	340,94	0,0000163	11,88	0,56
12	342,76	0,0000171	11,28	0,42
12,5	344,56	0,0000179	10,73	0,30
13	346,35	0,0000187	10,23	0,20
13,5	348,12	0,0000195	9,78	0,12
14	350,88	0,0000203	9,38	0,07
14,5	353,62	0,0000211	9,03	0,04
15	356,35	0,0000219	8,73	0,02
15,5	359,07	0,0000226	8,48	0,01
16,0	361,78	0,0000233	8,23	0,005
16,5	364,48	0,0000240	7,98	0,002
17,0	367,17	0,0000247	7,73	0,001
17,5	370,85	0,0000254	7,48	0,0005
18	374,52	0,0000261	7,23	0,0002
18,5	378,18	0,0000268	6,98	0,0001
19	381,83	0,0000275	6,73	0,00005
20	385,47	0,0000282	6,50	0,00002
20,5	389,1	0,0000289	6,26	0,00001
21	392,72	0,0000296	6,02	0,000005
21,5	396,31	0,0000303	5,78	0,000002
22	400,88	0,0000310	5,53	0,000001
22,5	405,43	0,0000317	5,28	0,0000005
23	410,97	0,0000324	5,03	0,0000002
23,5	416,49	0,0000331	4,78	0,0000001
24	422,0	0,0000338	4,53	0,00000005
24,5	427,5	0,0000345	4,28	0,00000002
25	434,0	0,0000352	4,03	0,00000001
25,5	440,4	0,0000359	3,78	0,000000005
26	446,8	0,0000366	3,53	0,000000002
26,5	453,2	0,0000373	3,28	0,000000001
27	459,5	0,0000380	3,03	0,0000000005
27,5	465,8	0,0000387	2,78	0,0000000002
28	472,1	0,0000394	2,53	0,0000000001
28,5	478,3	0,0000401	2,28	0,00000000005
29	484,5	0,0000408	2,03	0,00000000002
29,5	490,7	0,0000415	1,78	0,00000000001
30	496,9	0,0000422	1,53	0,000000000005
30,5	503,1	0,0000429	1,28	0,000000000002
31	509,2	0,0000436	1,03	0,000000000001
31,5	515,3	0,0000443	0,78	0,0000000000005
32	521,4	0,0000450	0,53	0,0000000000002
32,5	527,5	0,0000457	0,28	0,0000000000001
33	533,6	0,0000464	0,03	0,00000000000005
33,5	539,7	0,0000471	-0,12	0,00000000000002
34	545,8	0,0000478	-0,37	0,00000000000001
34,5	551,9	0,0000485	-0,62	0,000000000000005
35	558,0	0,0000492	-0,87	0,000000000000002
35,5	564,1	0,0000499	-1,12	0,000000000000001
36	570,2	0,0000506	-1,37	0,0000000000000005
36,5	576,3	0,0000513	-1,62	0,0000000000000002
37	582,4	0,0000520	-1,87	0,0000000000000001
37,5	588,5	0,0000527	-2,12	0,00000000000000005
38	594,6	0,0000534	-2,37	0,0000000000000002
38,5	600,7	0,0000541	-2,62	0,0000000000000001
39	606,8	0,0000548	-2,87	0,00000000000000005
39,5	612,9	0,0000555	-3,12	0,0000000000000002
40	619,0	0,0000562	-3,37	0,0000000000000001
40,5	625,1	0,0000569	-3,62	0,00000000000000005
41	631,2	0,0000576	-3,87	0,0000000000000002
41,5	637,3	0,0000583	-4,12	0,0000000000000001
42	643,4	0,0000590	-4,37	0,00000000000000005
42,5	649,5	0,0000597	-4,62	0,0000000000000002
43	655,6	0,0000604	-4,87	0,0000000000000001
43,5	661,7	0,0000611	-5,12	0,00000000000000005
44	667,8	0,0000618	-5,37	0,0000000000000002
44,5	673,9	0,0000625	-5,62	0,0000000000000001
45	679,9	0,0000632	-5,87	0,00000000000000005
45,5	686,0	0,0000639	-6,12	0,0000000000000002
46	692,1	0,0000646	-6,37	0,0000000000000001
46,5	698,2	0,0000653	-6,62	0,00000000000000005
47	704,3	0,0000660	-6,87	0,0000000000000002
47,5	710,4	0,0000667	-7,12	0,0000000000000001
48	716,5	0,0000674	-7,37	0,00000000000000005
48,5	722,6	0,0000681	-7,62	0,0000000000000002
49	728,7	0,0000688	-7,87	0,0000000000000001
49,5	734,8	0,0000695	-8,12	0,00000000000000005
50	740,9	0,0000702	-8,37	0,0000000000000002
50,5	747,0	0,0000709	-8,62	0,0000000000000001
51	753,1	0,0000716	-8,87	0,00000000000000005
51,5	759,2	0,0000723	-9,12	0,0000000000000002
52	765,3	0,0000730	-9,37	0,0000000000000001
52,5	771,4	0,0000737	-9,62	0,00000000000000005
53	777,5	0,0000744	-9,87	0,0000000000000002
53,5	783,6	0,0000751	-10,12	0,0000000000000001
54	789,7	0,0000758	-10,37	0,00000000000000005
54,5	795,8	0,0000765	-10,62	0,0000000000000002
55	801,9	0,0000772	-10,87	0,0000000000000001
55,5	808,0	0,0000779	-11,12	0,00000000000000005
56	814,1	0,0000786	-11,37	0,0000000000000002
56,5	820,2	0,0000793	-11,62	0,0000000000000001
57	826,3	0,0000800	-11,87	0,00000000000000005
57,5	832,4	0,0000807	-12,12	0,0000000000000002
58	838,5	0,0000814	-12,37	0,0000000000000001
58,5	844,6	0,0000821	-12,62	0,00000000000000005
59	850,7	0,0000828	-12,87	0,0000000000000002
59,5	856,8	0,0000835	-13,12	0,0000000000000001
60	862,9	0,0000842	-13,37	0,00000000000000005
60,5	869,0	0,0000849	-13,62	0,0000000000000002
61	875,1	0,0000856	-13,87	0,0000000000000001
61,5	881,2	0,0000863	-14,12	0,00000000000000005
62	887,3	0,0000870	-14,37	0,0000000000000002
62,5	893,4	0,0000877	-14,62	0,0000000000000001
63	900,5	0,0000884	-14,87	0,00000000000000005
63,5	906,6	0,0000891	-15,12	0,0000000000000002
64	912,7	0,0000898	-15,37	0,0000000000000001
64,5	918,8	0,0000905	-15,62	0,00000000000000005
65	924,9	0,0000912	-15,87	0,0000000000000002
65,5	931,0	0,0000919	-16,12	0,0000000000000001
66	937,1	0,0000926	-16,37	0,00000000000000005
66,5	943,2	0,0000933	-16,62	0,0000000000000002
67	949,3	0,0000940	-16,87	0,0000000000000001
67,5	955,4	0,0000947	-17,12	0,00000000000000005
68	961,5	0,0000954	-17,37	0,0000000000000002
68,5	967,6	0,0000961	-17,62	0,0000000000000001
69	973,7	0,0000968	-17,87	0,00000000000000005
69,5	979,8	0,0000975	-18,12	0,0000000000000002
70	985,9	0,0000982	-18,37	0,0000000000000001
70,5	992,0	0,0000989	-18,62	0,00000000000000005
71	998,1	0,0000996	-18,87	0,0000000000000002
71,5	1004,2	0,0001003	-19,12	0,0000000000000001
72	1010,3	0,0001010	-19,37	0,00000000000000005
72,5	1016,4	0,0001017	-19,62	0,0000000000000002
73	1022,5	0,0001024	-19,87	0,0000000000000001
73,5	1028,6	0,0001031	-20,12	0,00000000000000005
74	1034,7	0,0001038	-20,37	0,0000000000000002
74,5	1040,8	0,0001045	-20,62	0,0000000000000001
75	1046,9	0,0001052	-20,87	0,00000000000000005
75,5	1053,0	0,0001059	-21,12	0,0000000000000002
76	1059,1	0,0001066	-21,37	0,0000000000000001
76,5	1065,2	0,0001073	-21,62	0,00000000000000005
77	1071,3	0,0001080	-21,87	0,0000000000000002
77,5	1077,4	0,0001087	-22,12	0,0000000000000001
78	1083,5	0,0001094	-22,37	0,00000000000000005
78,5	1089,6	0,0001101	-22,62	0,0000000000000002
79	1095,7	0,0001108	-22,87	0,0000000000000001
79,5	1101,8	0,0001115	-23,12	0,00000000000000005
80	1107,9	0,0001122	-	

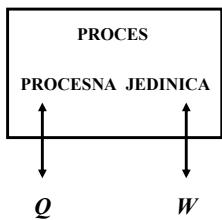
BILANCA ENERGIJE**OPĆA BILANCA ENERGIJE ZA BILO KOJI SUSTAV:**

Akumulacija energije

=

Ulaz energije	-	Izlaz energije	+	Energija koju sustav izmjeni s okolinom
------------------	---	-------------------	---	--

46

BILANCA ENERGIJE**OPĆA BILANCA ENERGIJE ZA ZATVOREN SUSTAV:**

Konačna energija u sustavu	-	Početna energija u sustavu	=	Energija akumulirana u sustavu
-------------------------------	---	-------------------------------	---	-----------------------------------

47

Bilanca energije za zatvoreni sustav

Početna energija u sustavu	=	$U_0 + E_{k,0} + E_{p,0}$
-------------------------------	---	---------------------------

Konačna energija u sustavu	=	$U_f + E_{k,f} + E_{p,f}$
-------------------------------	---	---------------------------

Energija izmjenjena s okolinom	=	Energija akumulirana u sustavu	=	$Q + W$
-----------------------------------	---	-----------------------------------	---	---------

48

Bilanca energije za zatvoren sustav

$$(U_f - U_o) + (E_{k,f} - E_{k,o}) + (E_{p,f} - E_{p,o}) = Q + W$$

$$\Delta U + \Delta E_k + \Delta E_p = Q + W$$

$$\Delta E = Q + W$$

49

Bilanca energije za zatvoren sustav

1. Termodinamička (unutarnja) energija sustava gotovo potpuno ovisi o kemijskom sastavu, agregatnom stanju i temperaturi materijala u sustavu. Ona je nezavisna o tlaku idealnog plina i gotovo nezavisna o tlaku u kapljevinama i krutinama. Zbog toga je $\Delta U \cong 0$, ako nema promjene temperature, faza i kemijskog sastava u procesu i ako je procesni materijal krutina, kapljevina ili idealni plin.

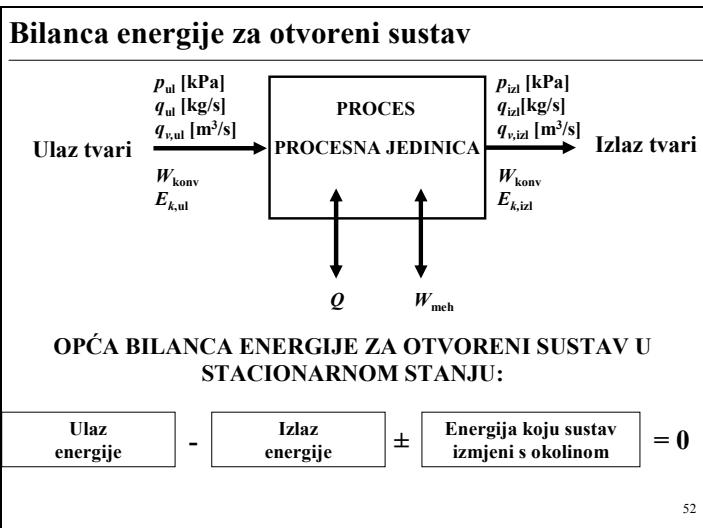
2. Ako su sustav i njegova okolina na istoj temperaturi ili ako je sustav idealno izoliran, te nema izmjene topline s okolinom tada je $Q = 0$, a sustav se naziva **a d i j a b a t s k i**.

50

Bilanca energije za zatvoren sustav

3. Rad koji se vrši na sustav ili koji zatvoren sustav vrši na okolinu je povezan s kretanjem granica sustava u odnosu na neku silu koja pruža otpor (Primjer je kretanje klipa ili rotacija osovine) ili s nastajanjem električne struje ili radijacije koja prolazi granice sustava. Ako nema kretanja ili električne struje u zatvorenom sustavu rad je jednak nuli $W = 0$.

51



"ulaz" predstavlja ukupan prijenos kinetičke, potencijalne i unutarnje energije koji se ostvaruje preko svih ulaznih procesnih tokova a "izlaz" predstavlja ukupan prijenos energije koji se ostvaruje preko izlaznih tokova.

53

Bilanca energije za otvoreni sustav

$$\sum_{\text{izlazni tokovi}} E_i - \sum_{\text{ulazni tokovi}} E_i = Q + W$$

54

E_i - označava ukupnu energiju koju prenosi i -ti ulazni ili izlazni procesni tok

Slide

55

Bilanca energije za otvoreni sustav

$$E_i = U_i + E_{k,i} + E_{p,i}$$

$$U_i = q_i \cdot u_i$$

$$E_{k,i} = q_i \cdot \frac{v_i^2}{2} \quad E_{p,i} = q_i \cdot g \cdot h$$

55

Slide

56

Bilanca energije za otvoreni sustav

$$E_i = q_i \cdot \left(u_i + \frac{v_i^2}{2} + g \cdot h \right)$$

56

Slide

57

Bilanca energije za otvoreni sustav**Konvekcijski i mehanički rad**

Ukupni rad koji okolina vrši na otvoreni sustav je zbroj mehaničkog rada koji se unutar sustava vrši na fluid (npr. rotor miješalice) i konvekcijskog rada koji se vrši na fluid pri ulazu tvari minus rad koji se vrši na fluid pri izlazu tvari:

$$W = W_{\text{meh}} + W_{\text{konv}}$$

57

Bilanca energije za otvoreni sustav

Fluid utječe u proces pri tlaku p_{ul} volumnim protokom $q_{v,ul}$, a istječe pri tlaku p_{izl} volumnim protokom $q_{v,izl}$.

Na fluid koji utječe u proces, vrši rad fluid koji je neposredno iza njega:

$$W_{ul} = p_{ul} \cdot q_{v,ul}$$

Fluid koji istječe iz procesa vrši rad na okolinu:

$$W_{izl} = p_{izl} \cdot q_{v,izl}$$

58

Bilanca energije za otvoreni sustav

Ukupan konvekcijski rad koji se vrši pri ulazu i izlazu iz procesa (sustava) je:

$$W_{konv} = p_{ul} \cdot q_{v,ul} - p_{izl} \cdot q_{v,izl}$$

Ako u proces ulazi i izlazi više procesnih tokova, za svaki od njih se mora pribrojiti produkt ($p \cdot q_v$) sumi koja predstavlja ukupni rad.

59

Bilanca energije za otvoreni sustav

Konvekcijski rad je:

$$W_{konv} = \sum_{\text{ulazni}} p_i \cdot q_{v,i} - \sum_{\text{izlazni}} p_i \cdot q_{v,i}$$

tokovi tokovi

Volumni protok $q_{v,i}$ je jednak umnošku masenog protoka q_i i specifičnog volumena v_i :

$$q_{v,i} = q_i \cdot v_i$$

Ukupni rad :

$$W = W_{mech} + \sum_{\text{ulazni}} q_i \cdot p_i \cdot v_i - \sum_{\text{izlazni}} q_i \cdot p_i \cdot v_i$$

tokovi tokovi

60

Slide

61

Bilanca energije za otvoreni sustav

$$\sum_{\text{izlazni tokovi}} E_i - \sum_{\text{ulazni tokovi}} E_i = Q + W$$

$$E_i = q_i \cdot \left(u_i + \frac{v_i^2}{2} + g \cdot h \right)$$

$$W = W_{\text{meh}} + \sum_{\substack{\text{ulazni} \\ \text{tokovi}}} q_i \cdot p_i \cdot v_i - \sum_{\substack{\text{izlazni} \\ \text{tokovi}}} q_i \cdot p_i \cdot V_i$$

61

Slide

62

Bilanca energije za otvoreni sustav

$$\sum_{\substack{\text{izlazni} \\ \text{tokovi}}} q_i \cdot (u_i + p_i \cdot v_i + v_i^2 / 2 + g \cdot h) -$$

$$\sum_{\substack{\text{ulazni} \\ \text{tokovi}}} q_i \cdot (u_i + p_i \cdot v_i + v_i^2 / 2 + g \cdot h) =$$

$$Q + W_{\text{meh}}$$

62

Slide

63

Bilanca energije za otvoreni sustav

$$h_i = u_i + p_i \cdot v_i$$

$$\sum_{\substack{\text{izlazni} \\ \text{tokovi}}} q_i \cdot (h_i + v_i^2 / 2 + g \cdot h) -$$

$$\sum_{\substack{\text{ulazni} \\ \text{tokovi}}} q_i \cdot (h_i + v_i^2 / 2 + g \cdot h) =$$

$$Q + W_{\text{meh}}$$

63

Bilanca energije za otvoreni sustav

$$\sum_{\substack{\text{izlazni} \\ \text{tokovi}}} q_i \cdot h_i - \sum_{\substack{\text{ulazni} \\ \text{tokovi}}} q_j \cdot h_j = \Delta H$$

$$\sum_{\substack{\text{izlazni} \\ \text{tokovi}}} q_i \cdot v_i^2 / 2 - \sum_{\substack{\text{ulazni} \\ \text{tokovi}}} q_j \cdot v_i^2 / 2 = \Delta E_k$$

$$\sum_{\substack{\text{izlazni} \\ \text{tokovi}}} q_i \cdot g \cdot h - \sum_{\substack{\text{ulazni} \\ \text{tokovi}}} q_j \cdot g \cdot h = \Delta E_p$$

$$\boxed{\Delta H + \Delta E_k + \Delta E_p = Q + W_{meh}}$$

64

BILANCA ENERGIJE**Bilanca energije za zatvoreni sustav**

$$\boxed{\Delta U + \Delta E_k + \Delta E_p = Q + W}$$

Bilanca energije za otvoreni sustav

$$\boxed{\Delta H + \Delta E_k + \Delta E_p = Q + W}$$

65

Postupak rješavanja bilanci energije

1. Postaviti procesnu shemu
2. Rješiti bilancu tvari
3. Napisati potreban oblik jednadžbe za bilancu energije (zatvoreni – otvoreni sustav)
4. Odabratи referentno stanje (fazu, temperaturu i tlak) za svaku komponentu sustava
5. Napraviti tablicu s kolonama za početno i konačno stanje sustava i unjeti u nju sve poznate podatke
6. Izračunati sve ostale potrebne vrijednosti i unjeti ih u tablicu
7. Računati za zatvoren sustav: $\Delta U = \text{konačno} \sum m_i \cdot u_i - \text{početno} \sum m_i \cdot u_i$
otvoren sustav: $\Delta H = \text{konačno} \sum m_i \cdot h_i - \text{početno} \sum m_i \cdot h_i$
8. Izračunati mehanički rad, potencijalnu energiju ili kinetičku energiju, ako ih se ne može zanemariti
9. Na kraju rješiti jednadžbu bilance energije
Zatvoren sustav: $\Delta U + \Delta E_k + \Delta E_p = Q + W$
Otvoren sustav: $\Delta H + \Delta E_k + \Delta E_p = Q + W$

66

Procesi pri kojima dolazi do promjene energije

➤ Promjena tlaka pri stalnoj temperaturi

izotermni procesi: $\Delta U \approx 0$; $\Delta H \approx V \cdot \Delta P$ (Komprimiranje vodika s 1 atm na 300 atm pri 25 °C)

➤ Promjena temperature pri stalnom tlaku

izobarni procesi (Grijanje vode od 0 °C do 30 °C ili hladjenje)

➤ Fazne promjene pri stalnom tlaku i temperaturi

otapanje, isparivanje, kondenzacija, skrućivanje, sublimacija

➤ Miješanje dviju kapljivina ili otapanje plina ili krutine u kapljivini pri stalnom tlaku i temperaturi

➤ Kemijska reakcija pri stalnom tlaku i temperaturi

67

Procesi pri kojima dolazi do promjene energije

Fazne promjene pri stalnom tlaku i temperaturi

taljenje → čvrsto ↔ kapljivina ← *skrućivanje*

isparavanje → kapljivina ↔ plin ili para ← *kondenzacija*
(*evaporacija*)

sublimacija → čvrsto ↔ plin ili para

68

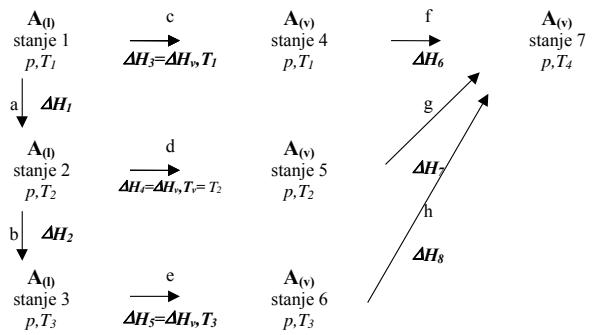
BILANCE ENERGIJE

Elementi potrebni za računanja temeljena na bilancama energije:

➤ Referentno stanje

➤ Hipotetički put

69

HIPOTETIČKI PUT**Fazne promjene pri stalnom tlaku i temperaturi**

70

HIPOTETIČKI PUT**Izračunavanje ukupne entalpije za procese fazne promjene pri stalnom tlaku i temperaturi:**

1. a → b → e → h : $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_5 + \Delta H_8 ; \Delta H_5 = \Delta H_{v(T_5)}$

2. a → d → g : $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_4 + \Delta H_7 ; \Delta H_4 = \Delta H_{v(T_2)}$

3. c → f : $\Delta H = \Delta H_3 + \Delta H_6 ; \Delta H_3 = \Delta H_{v(T_1)}$

71

PROCJENA TOPLINE ISPARAVANJA**1. Clapeyronova jednadžba:**

$$\frac{d(\ln p^*)}{d(1/T)} = -\frac{\Delta H_v}{R}$$

2. Watsonova korelacija:

$$\Delta H_v(T_2) = \Delta H_v(T_1) \cdot \left(\frac{T_k - T_2}{T_k - T_1} \right)^{0,38}$$

72

PROCJENA TOPLINE ISPARAVANJA

3. Troutonovo pravilo (30 %-tua sigurnost):

$$\Delta H_{v,m} \text{ (kJ/mol)} = \begin{cases} \approx 0,088 \cdot T_v \text{ (K)} & \text{nepolarne kapljevine} \\ \approx 0,109 \cdot T_v \text{ (K)} & \text{voda, niskomolekularni alkoholi} \end{cases}$$

4. Chenova jednadžba (20 %-tua sigurnost)

$$\Delta H_{v,m} \text{ (kJ/mol)} = \frac{T_v \cdot [0,0331 \cdot (T_v / T_k) - 0,0327 + 0,0297 \cdot \log_{10} p_k]}{1,07 - (T_v / T_k)}$$

73

TOPLINE ISPARAVANJA – Tablica X

Tvar	Formula	Molarna masa, M [g/mol]	T_i [K]	$H_{i,m}$ [kJ/mol]	T_v [K]	$H_{v,m}$ [kJ/mol]
aceton	$\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$	58,08	177,8	5,69	329,4	31,50
amonijak	NH_3	17,03	195,5	5,60	239,8	23,40
benzen	C_6H_6	78,11	278,7	9,84	353,3	30,76
butan	$\text{n-C}_4\text{H}_{10}$	58,12	134,8	4,65	272,7	21,29
dietileter	$(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{O}$	74,12	156,7	7,30	307,8	26,05
1,2-dikloretan	$\text{C}_2\text{H}_4\text{Cl}_2$	98,97	237,7		356,5	31,97
dušik	N_2	28,02	63,3	0,72	77,4	5,58
dušik oksid	NO	30,01	109,5	2,30	121,4	13,78
etan	C_2H_6	30,07	89,9	2,86	184,6	14,72
etanol	$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$	46,07	155,9	5,02	351,7	42,40

74

Procesi pri kojima dolazi do promjene energije

- Miješanje dviju kapljivina ili otapanje plina ili krutine u kapljivini pri stalnom tlaku i temperaturi

75

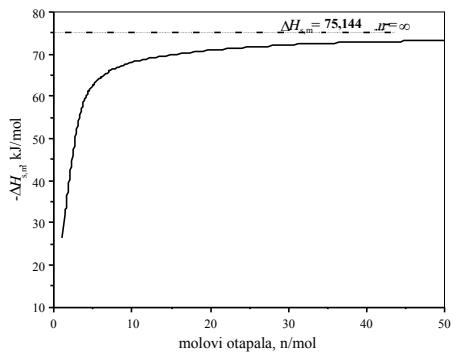
LATENTNA TOPLINA OTAPANJA

$\Delta H_{s,m}^\circ$ je standardna molarna entalpija otapanja pri referentnoj vrijednosti tlaka i temperature [$p = 101,325 \text{ kPa}$ (1 atm); $T = 25^\circ\text{C}$], koja ovisi o koncentraciji otapala.

76

LATENTNA TOPLINA OTAPANJA

Ovisnost latentne topline otapanja HCl o koncentraciji otapala - voda



77

LATENTNA TOPLINA OTAPANJA

Toplina otapanja $\Delta H_{s,m}$ se definira kao promjena entalpije u procesu u kojem se 1 mol otopljene tvari (plina ili krutine) otapa u r molova kapljevitog otapala pri konstantnoj temperaturi T .

78

LATENTNA TOPLINA OTAPANJA

Toplina miješanja $\Delta H_{\text{mix,m}}$ ima isto značenje kao i toplina otapanja kada proces uključuje miješanje dvaju fluida.

79

LATENTNA TOPLINA OTAPANJA**Izračunavanje ukupne topline otapanja****1. Molarni omjer:**

$$r = \text{molovi otapala} / \text{molovi otopljene tvari}$$

2. Standardna molarna entalpija otapanja:

$$-\Delta H_{\text{s,m}}^\circ(T, r) \text{ kJ/mol} \Rightarrow \text{Tablice XI i XIa!}$$

3. Ukupna entalpija:

$$\Delta H_s = n_{\text{otopljene tvari}} \cdot \Delta H_{\text{s,m}}^\circ$$

80

Bilanca energije procesa otapanja**Izračunavanje ukupne entalpije otopine**

$$T_R = 25^\circ\text{C} \quad \Delta H = \sum_{\substack{\text{konačno} \\ \text{stanje}}} n_i \cdot \Delta H_m - \sum_{\substack{\text{početno} \\ \text{stanje}}} n_i \cdot \Delta H_m$$

$$\text{Konačno stanje: } \Delta H_{\text{otopine}} = n_{\text{otopljene tvari}} \cdot \Delta H_{\text{s,m}}^\circ + \int_{25^\circ\text{C}}^{T_0} C_{\text{p,m,otopine}} \cdot dT$$

$$\text{Početno stanje: } \Delta H_{\text{otopljene tvari}} = n_{\text{otopljene tvari}} \cdot \int_{25^\circ\text{C}}^{T_0} C_{\text{p,m}(otopljene tvari)} \cdot dT$$

$$\Delta H_{\text{otapala}} = n_{\text{otapala}} \cdot \int_{25^\circ\text{C}}^{T_0} C_{\text{p,m}(otapala)} \cdot dT$$

$$\text{Bilanca energije: } \Delta H = Q$$

81

Procesi pri kojima dolazi do promjene energije

➤ Kemijska reakcija pri stalnom tlaku i temperaturi

82

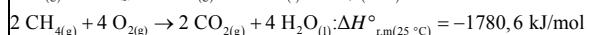
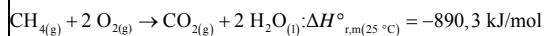
REAKCIJSKA ENTALPIJA – TOPLINA REAKCIJE

$\Delta H_{r,m}(p, T)$ je promjena molarne reakcijske entalpije koja je nastala zbog kemijske reakcije.

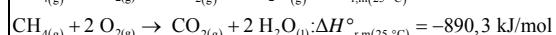
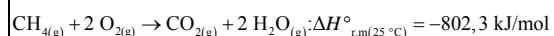
$\Delta H_{r,m} < 0$ reakcija je egzotermna $\Delta H_{r,m} > 0$ reakcija je endotermna

$\Delta H_{r,m}$ ne ovisi o tlaku pri niskim i normalnim tlakovima

$\Delta H_{r,m}$ ovisi o stehiometrijskoj jednadžbi:



$\Delta H_{r,m}$ ovisi o agregatnom stanju reakcijskih sudionika:



83

REAKCIJSKA ENTALPIJA – TOPLINA REAKCIJE

$\Delta H_{r,m}^\circ$ je standardna toplina reakcije, reaktanti i produkti su pri referentnoj vrijednosti tlaka i temperature [$p = 101,325 \text{ kPa}$ (1 atm); $T = 25^\circ\text{C}$].

Računa se prema Hessovom zakonu:

$$\Delta H_{r,m}^\circ = \sum_{\text{produkti}} v_i \cdot \Delta H_{f,m(i)}^\circ - \sum_{\text{reaktanti}} v_i \cdot \Delta H_{f,m(i)}^\circ$$

$\Delta H_{f,m(i)}^\circ$ pri $T = 25^\circ\text{C} \rightarrow$ Tablica XII

84

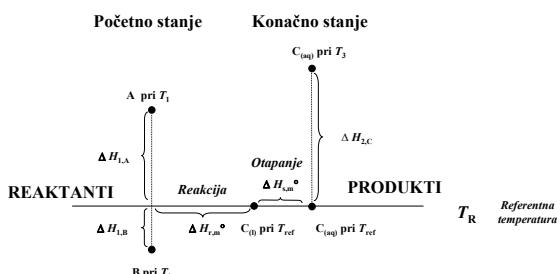
REAKCIJSKA ENTALPIJA – TOPLINA REAKCIJE

Tvar	Formula	Fizičko stanje pri 298 K	$-\Delta H_{f,m}^\circ$ [kJ/mol]	$-\Delta H_{c,m}^\circ$ [kJ/mol]
acetaldehid	CH ₃ CHO	g	166,40	1192,36
aceton	C ₃ H ₆ O	aq,200	410,03	
amonijak	NH ₃	l	216,69	1821,38
benzene	C ₆ H ₆	l	67,00	
butan	n-C ₄ H ₁₀	g	-48,66	3267,60
		l	-82,93	3301,50
1-buten	C ₄ H ₈	g	147,60	2855,60
dušik monoksid	NO	g	124,73	2878,52
etan	C ₂ H ₆	g	-1,17	2718,58
etanol	C ₂ H ₅ OH	l	-90,37	
etilen klorid	C ₂ H ₃ Cl	g	84,67	1559,90
formaldehid	H ₂ CO	g	277,63	1366,91
n-heptan	C ₇ H ₁₆	l	235,31	1409,25
klorovodik	HCl	g	187,80	4853,48
metan	CH ₄	g	92,31	
metanol	CH ₃ OH	l	74,84	890,40
			238,64	726,55

85

REAKCIJSKA ENTALPIJA – TOPLINA REAKCIJE

Izračunavanje ukupne entalpije kada uz kemijsku reakciju nastaje i otopina



86

Izračunavanje ukupne entalpije kada uz kemijsku reakciju nastaje i otopina

$$T_R = 25^\circ\text{C}$$

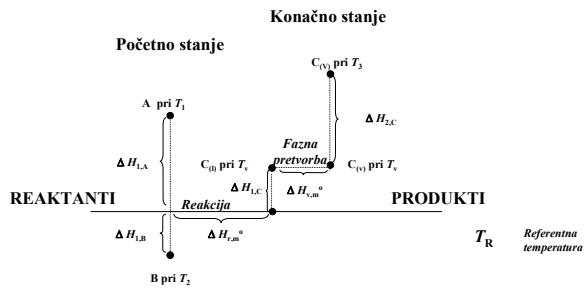
$$\Delta H = \sum_{\text{konačno stanje}} n_i \cdot \Delta H_m - \sum_{\text{početno stanje}} n_i \cdot \Delta H_m$$

Početno stanje: $\sum n_i \cdot \Delta H_m = n_A \cdot \Delta H_{1,A} + n_B \cdot \Delta H_{1,B}$

Konačno stanje: $\sum n_i \cdot \Delta H_m = n_C \cdot \frac{\Delta H_{r,m}^\circ}{V_C} + n_C \cdot \Delta H_{s,m}^\circ + n_C \cdot \Delta H_{2,C}$

Bilanca energije: $\Delta H = Q$

87

REAKCIJSKA ENTALPIJA – TOPLINA REAKCIJE**Izračunavanje ukupne entalpije kada je produkt u plinovitom stanju****REAKCIJSKA ENTALPIJA – TOPLINA REAKCIJE****Izračunavanje ukupne entalpije kada uz kemijsku reakciju nastaje i otopina**

$$T_R = 25 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \Delta H = \sum_{\text{konačno stanje}} n_i \cdot \Delta H_m - \sum_{\text{početno stanje}} n_i \cdot \Delta H_m$$

Početno stanje: $\sum n_i \cdot \Delta H_m = n_A \cdot \Delta H_{1,A} + n_B \cdot \Delta H_{1,B}$

Konačno stanje: $\sum n_i \cdot \Delta H_m = n_C \cdot \frac{\Delta H_{r,m}^\circ}{V_C} + n_C \cdot \Delta H_{2,C} + n_C \cdot \Delta H_{v,m}^\circ + n_C \cdot \Delta H_{2,C}$

Bilanca energije: $\Delta H = Q$

89

Literatura uz kolegij "Bilanca tvari i energije"

1. Dugi-Lovreček: "Osnove kemijskog računanja", Školska knjiga, Zagreb, 1973.
2. Himmelblau, "Basic Principles and Calculations in Chemical Engineering", Prentice Hall, New Jersey, 1982.
3. Felder and Rousseau, "Elementary Principles of Chemical Processes", J.Wiley, New York, 2000.
4. Luyben and Wenzel, Chemical Process Analysis: Mass and Energy Balances, Prentice Hall, New Jersey, 1988.

90