Fakultet kemijskog inženjerstva
i tehnologije

Zavod za fiziku

FIZIKA I.

VALNO GIBANJE

(interna skripta)

Prof. dr. sc. Vesna Volovšek
Prof. dr. sc. Vjera Lopac

Zagreb, 2010.

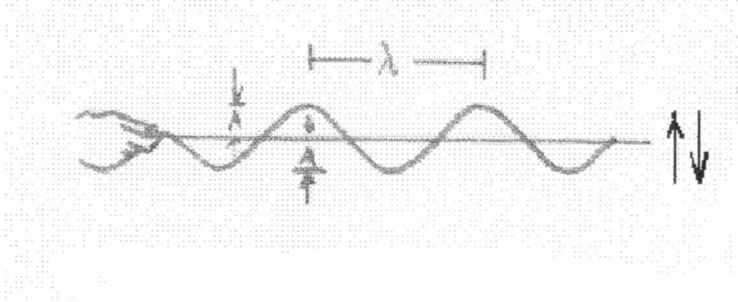
Valovi u elastičnom sredstvu

1. Vezana titranja

Dva njihala, uzajamno povezana elastičnom vezom, ne titraju neovisno jedno o drugome. Zatitramo li jedno njihalo, ubrzo ćemo primijetiti da se amplituda njegovog titranja postepeno smanjuje, dok se drugo njihalo, koje je u početku mirovalo, počinje gibati. Energija titranja prvog njihala preko elastične se veze prenosi na drugo njihalo. Ako su duljine dvaju njihala jednake i njihova su vlastita titrajna vremena jednaka, a tada je prijenos energije najveći. Na tom se osnovnom principu temelji nastajanje vala u elastičnom sredstvu.

2. Nastanak vala

Elastično sredstvo može biti napeta žica, elastična opruga, ili bilo koja tvar u čvrstom, tekućem ili plinovitom stanju. Čvrstu tvar možemo shvatiti kao niz oscilatora uzajamno povezanih elastičnim vezama. U fluidima (tekućinama i plinovima) elastična sila rezultat je razlika tlakova među pojedinim točkama u fluidu. *Mehanički val* nastaje kad se u elastičnom sredstvu jedna čestica pobudi na titranje, te se ta pojava širi duž elastičnog sredstva. Izvor vala je mjesto na kojem nastaje titranje. Energija će postepeno prelaziti s jednog oscilatora na drugi, te će se gibanje proširiti duž sredstva. Svi oscilatori titraju na isti način, s istom frekvencijom i amplitudom, ali s različitim fazama. Pojavu vala karakteriziraju dvije brzine. Prva je brzina širenja vala v. Druga je stvarna brzina čestice, tj. brzina kojom čestica titra. Smjerovi tih dviju brzina ne moraju biti jednaki. Ako se titranje odvija na pravcu koji je okomit na smjer širenja vala, tada govorimo o *transverzalnom valu*. Ako se titranje odvija na istom onom pravcu duž kojeg se val širi, tada kažemo da je to *longitudinalni val*.

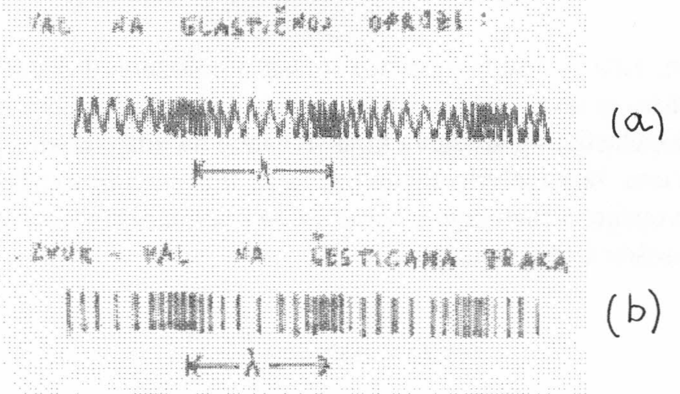


Slika 1.

Primjer transverzalnog vala je val na napetoj žici (Slika 1). Ako izvor vala harmonički titra, tad i sve ostale točke na žici harmonički titraju, kasneći u fazi za titranjem početne točke – izvora. Žica poprima oblik sinusoide koja putuje duž žice. Uzajamna udaljenost dvaju susjednih mjesta na žici koja imaju istu elongaciju i istu fazu je valna duljina λ, a vrijeme potrebno za jedan cijeli titraj je period vala T. Za vrijeme jednog titraja T točka s određenom fazom i elongacijom, na primjer točka s maksimalnom elongacijom (amplitudom) prijeđe put λ u smjeru širenja vala, te je brzina širenja vala određena kao

$$v = \frac{\lambda}{T}. \tag{1}$$

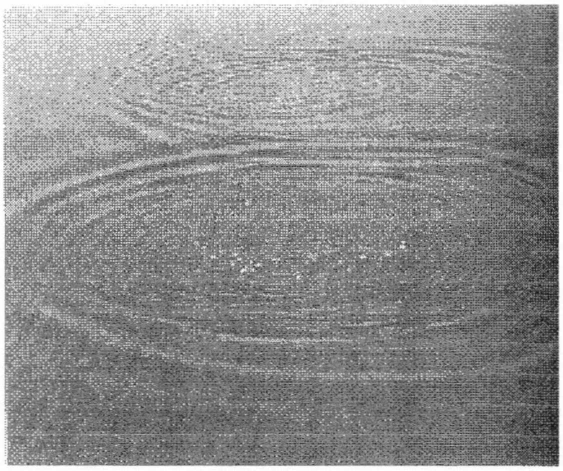
Ista zakonitost vrijedi i u slučaju longitudinalnog vala, koji ilustriramo valom na dugačkoj elastičnoj opruzi (Slika 2a) ili valom gustoće česticama zraka (Slika 2b).



Slika 2.

Ako izvor vala harmonički titra, na opruzi se pravilno izmjenjuju (i putuju duž opruge) mjesta maksimalne i mjesta minimalne gustoće.

Opisane pojave primjeri su vala u jednoj dimenziji. Valovi se mogu širiti i u ravnini (dvije dimenzije) ili u prostoru (tri dimenzije). Primjer za dvodimenzionalni transverzalni val su valovi na površini vode (Slika 3), a širenje zvuka kroz zrak i druga sredstva primjer je longitudinalnog vala (vala gustoće) u tri dimenzije. U tim slučajevima opažamo valnu frontu, skup točaka s jednakom fazom. Ako je izvor vala točkast, za valove na vodi valna fronta je kružnica, a kod prostornih zvučnih valova valna fronta ima oblik kugle.



Slika 3.

Ovdje ćemo ukratko opisati valne pojave u jednoj dimenziji. Već znamo da je val karakteriziran svojom valnom duljinom λ i periodom T. S periodom su povezane frekvencija

$$\nu = \frac{1}{T} \qquad (2)$$

i kružna frekvencija

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}.$$

3. Jednadžba vala u jednoj dimenziji

Zamislimo napetu žicu ili drugo elastično sredstvo položeno duž osi x koordinatnog sustava. U ishodištu je izvor vala, a val se širi duž osi x. Jednadžba vala opisuje elongaciju s točke elastičnog sredstva koja se nalazi na udaljenosti x od izvora vala u ovisnosti o vremenu. Izraz je vrlo sličan izrazu za titranje harmoničkog oscilatora iste amplitude i frekvencije, a razlika je u tome što je u jednadžbi vala faza titranja određena udaljenošću x. Taj izraz je

$$s(x,t) = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \qquad (3)$$

i može se napisati još i na sljedeće načine:

$$s(x,t) = A\sin \omega\left(t - \frac{x}{v}\right),$$

i

$$s(x,t) = A\sin(\omega t - kx),$$

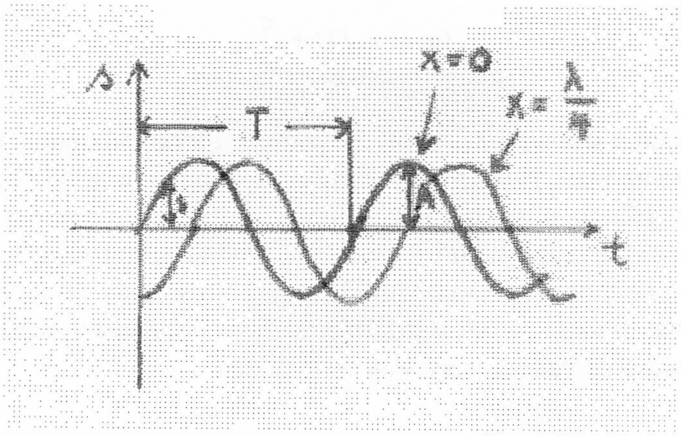
pri čemu smo uveli novi simbol

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$$

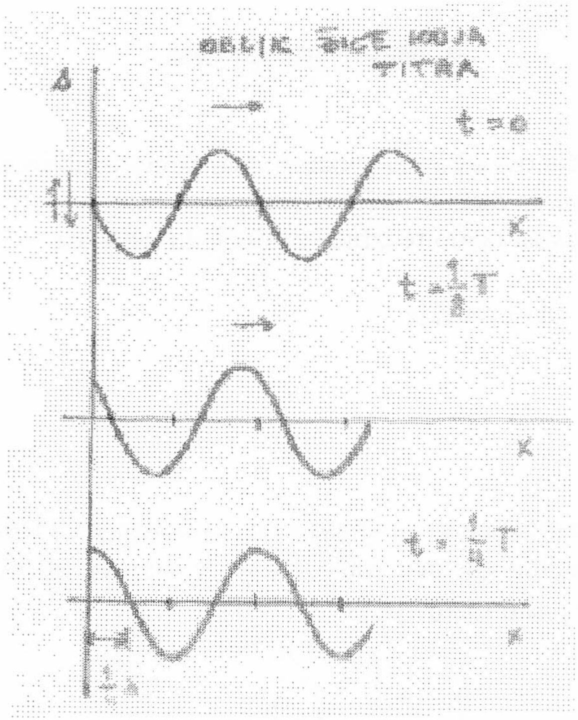
koji se naziva valni broj. (Obratite pozornost na činjenicu da su valni broj k i konstanta opruge $k = m\omega^2$ različite veličine!) Podsjetimo još jednom na uzajamnu vezu brzine širenja vala, valne duljine i frekvencije, koja proizlazi iz (1) i (2):

$$v = \lambda\nu.$$

Elongacija harmoničkog vala ovisi o dvije varijable, o vremenu t i položaju x. Grafički je možemo predočiti u koordinatnom sustavu tako da promatramo bilo ovisnost elongacije s o vremenu za neku određenu točku sredstva x, bilo ovisnost elongacije s o položaju za određeni trenutak t. Na Slici 4 prikazana je ovisnost o vremenu za dva različita položaja $x = 0$ i $x = \lambda/4$, a na Slici 5 ovisnost o položaju za tri različita trenutka $t = 0$, $t = T/8$ i $t = T/4$. Slika 5 zapravo prikazuje oblik žice u trenutku t, s time da je u usporedbi sa stvarnim primjerima amplituda prenaglašeno velika u usporedbi s valnom duljinom.



Slika 4.



Slika 5.

4. Diferencijalna jednadžba za valno gibanje

Jednadžba vala zapravo je rješenje diferencijalne jednadžbe

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0\,. \tag{4}$$

(Simbol ∂ označava da je riječ o tzv. parcijalnoj derivaciji. Pri deriviranju funkcije koja ovisi o više varijabli deriviramo po jednoj varijabli, dok drugu smatramo konstantom.)

Jednadžba (4) izravno proizlazi iz drugog Newtonovog zakona, što ćemo nešto kasnije pokazati za primjer vala na žici. No osim harmoničkog rješenja (3), i svaka druga funkcija koja ima oblik

$$s(x,t) = f(t \mp \frac{x}{v})$$

rješenje je diferencijalne jednadžbe (4). Ovdje primjećujemo dvoznačni predznak u drugom članu izraza za fazu. Predznak - vrijedi za gibanje u pozitivnom smjeru, a predznak + opisuje gibanje u negativnom smjeru, tj. smjeru suprotnom od smjera osi x. Funkcija f sad se može razlikovati od sinusoide tipične za harmonički val. Putovati duž sredstva može i neki drugi periodični oblik vala. No sredstvom može putovati i samo jedan pulsni val ili valni paket, nastao zbrajanjem odnosno poništavanjem (superpozicijom) mnoštva valova susjednih frekvencija.

5. Brzina širenja vala

Napišemo li drugi Newtonov zakon za gibanje vala, dobit ćemo izraz (4), no brzina svakoga od tih valova bit će dana drukčijim izrazom, ovisno o vrsti i svojstvima elastičnoga sredstva. Navest ćemo te izraze za različita sredstva.

Za *transverzalni val na žici* brzina je

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

gdje je F sila kojom je napeta žica, a μ masa žice m podijeljena s njezinom duljinom L: $\mu = m/L$. Ako s ρ označimo gustoću tvari od koje je napravljena žica, a s S presjek žice, tu brzinu možemo pisati i kao

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho S}}.$$

Za *longitudinalne valove u čvrstom elastičnom sredstvu* brzina širenja vala je

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

gdje je E Youngov modul elastičnosti, a ρ gustoća sredstva.

Za *longitudinalne valove u plinu* (kakvi su, primjerice, valovi zvuka), brzina je

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa \rho T}{M}},$$

pri čemu je p tlak plina, M molna masa, a κ adijabatski koeficijent plina.

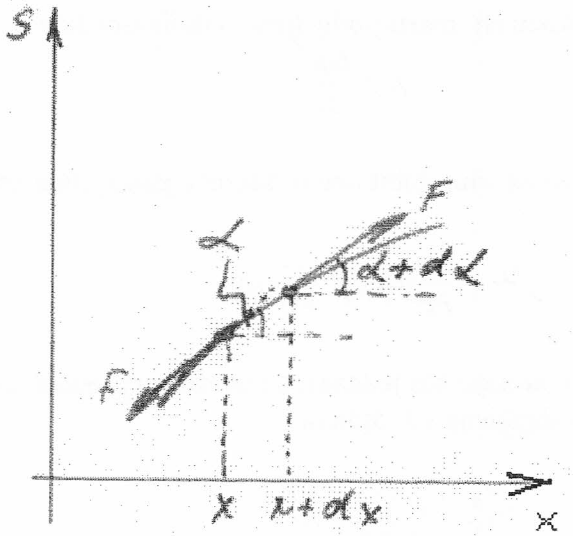
6. Izvod valne jednadžbe za transverzalni val na žici

Valnu jednadžbu (4) za širenje vala na napetoj žici, koja kad ne titra leži duž osi x, možemo izvesti ako promotrimo djelić te žice prikazan na Slici 6. Za harmonički val taj je djelić dio sinusoide prikazane na Slici 6. Na dva kraja tog dijela žice djeluju sile jednakog iznosa F i približno suprotne po smjeru, ali nagibi pravaca na kojima te sile leže malo se razlikuju. Budući da promatramo titranje okomito na os x, zanimaju nas samo komponente sila okomite na os x. Kako su kutovi koje tangente na žicu na njezinim krajevima zatvaraju s osi x, α i α', mali i međusobno se malo razlikuju, za $d\alpha$, to možemo pisati

$$F_s = F\sin\alpha' - F\sin\alpha \cong F[\tan(\alpha + d\alpha) - \tan\alpha]$$

jer je za male kutove

$$\sin\alpha \cong \tan\alpha\,.$$



Slika 6.

Prvi član u zagradi može se razviti u red, te za mali $d\alpha$ približno vrijedi

$$\tan(\alpha + d\alpha) \cong \tan\alpha + \frac{\partial(\tan\alpha)}{\partial\alpha}d\alpha\,.$$

Tako za transverzalnu rezultantnu silu dobivamo

$$F_s = F\left[\tan\alpha + \frac{\partial(\tan\alpha)}{\partial\alpha}d\alpha - \tan\alpha\right] = F\left(\frac{\partial(\tan\alpha)}{\partial\alpha}\right)d\alpha$$

odakle je

$$F_s = F\frac{\partial x}{\partial\alpha}d\alpha\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial s}{\partial x} = F\left(\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}\right)dx\,.$$

Iskoristili smo podatak da je nagib žice

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \tan\alpha$$

i da se derivacija po kutu može prikazati pomoću derivacije po položaju

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} = \frac{\partial x}{\partial \alpha}\frac{\partial}{\partial x}.$$

Drugi Newtonov zakon za taj djelić žice tada glasi

$$F_s = dm \cdot a.$$

gdje je akceleracija

$$a = \frac{\partial^2 s}{\partial t^2},$$

Ako uvedemo linearnu gustoću (tj. masu podijeljenu s duljinom žice)

$$\mu = \frac{dm}{dx},$$

i uvrstimo ranije nađeni izraz za silu, dobit ćemo diferencijalnu jednadžbu

$$\mu \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}dx = F \frac{\partial^2 s}{\partial x^2}dx.$$

Faktori uz dx na obje strane moraju biti jednaki, pa se nakon prebacivanja svih članova na lijevu stranu jednadžbe i dijeljenja s F dobiva

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{\mu}{F}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0. \qquad (5)$$

Izraz (5) potpuno se podudara s jednadžbom (4), ako se izjednači

$$\frac{1}{v^2} = \frac{\mu}{F}.$$

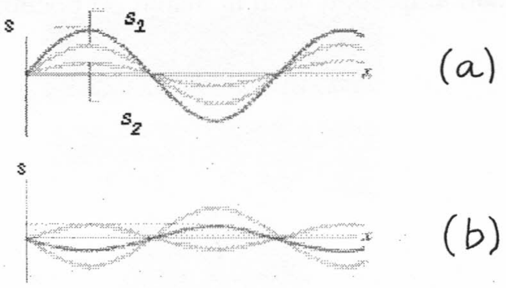
Iz toga zaključujemo da je brzina širenja transverzalnog vala na žici

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

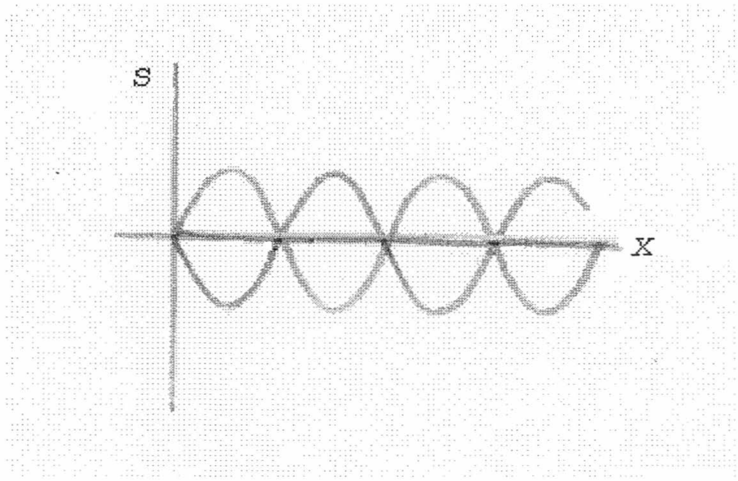
pri čemu je F sila kojom je napeta žica, a μ linearna gustoća žice, kako smo već naveli u odjeljku 5. Sličnim zaključivanjem mogu se izvesti odgovarajuće diferencijalne jednadžbe i izrazi za brzine širenja valova u drugim sredstvima.

7. Interferencija valova

Interferencija se javlja kad na isto mjesto na elastičnom sredstvu stižu dva vala ili više njih iz različitih izvora. Tada dolazi do superpozicije – zbrajanja pojedinačnih valova. Ako se na istom mjestu nađu valovi elongacija jednakih po predznaku, rezultat superpozicije bit će pojačanje vala (Slika 7a). Nađu li se valovi suprotnih elongacija, one će se poništiti, djelomično (Slika 7b) ili potpuno (Slika 8).

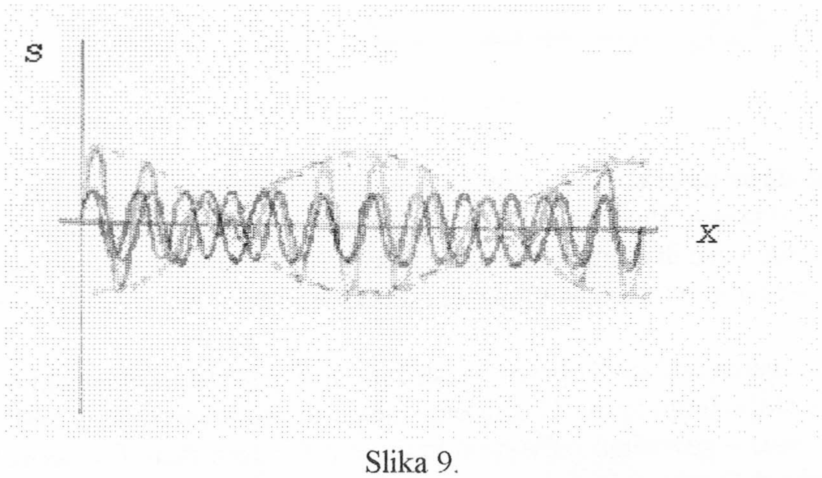


Slika 7.



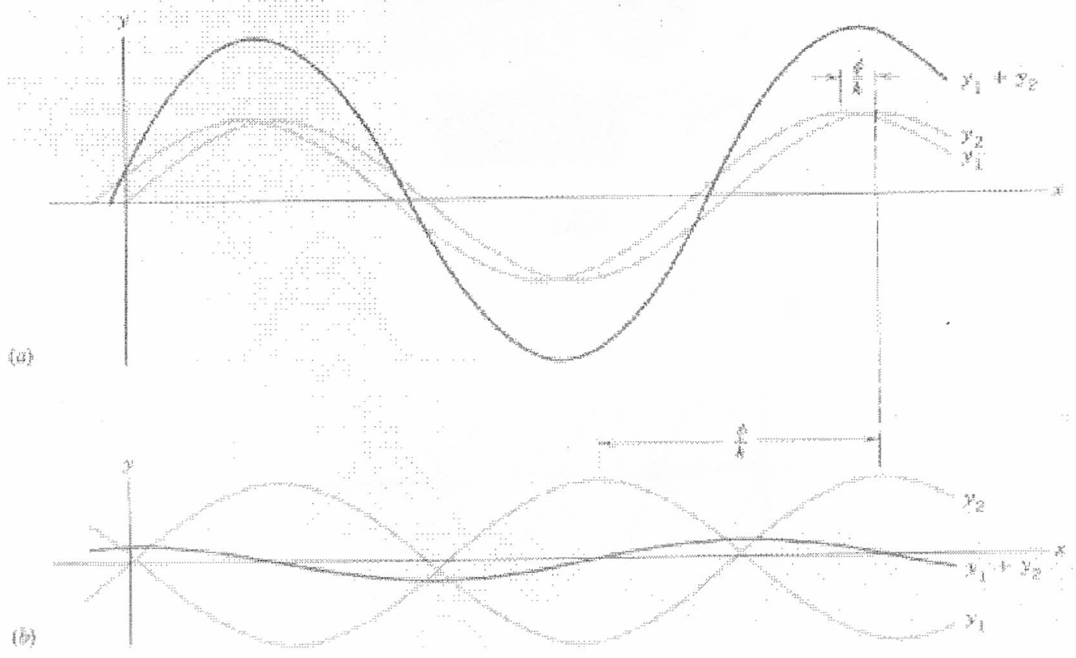
Slika 8.

U sljedećem primjeru dva vala jednakih amplituda i početno jednakih faza, a malo različitih frekvencija, putuju sredstvom u istom smjeru. Rezultat je val koji nazivamo modulirani val. Na nekim je mjestima interferencija konstruktivna, pa je tamo amplituda najveća. U drugima je interferencija destruktivna, valovi se poništavaju, te je amplituda 0. U rezultantnom valu uočavamo dva različita perioda: period samog titranja i period kojim se u pravilnim razmacima amplituda smanjuje i povećava (Slika 9).



Slika 9.

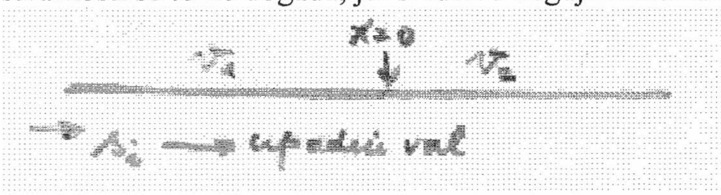
U daljnjem primjeru zbrajaju se valovi jednakih frekvencija i amplituda a različitih faza. Rezultantni val može imati amplitudu veću ili manju od početne, ovisno o razlici faza (Slika 10).



Slika 10.

8. Refleksija i transmisija valova na granici sredstava

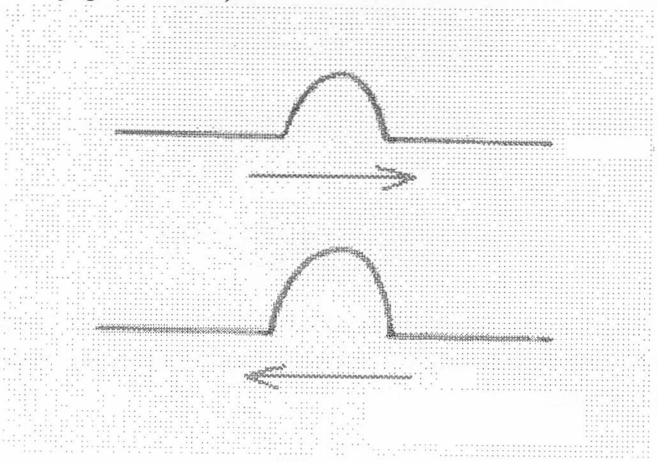
Dosad smo promatrali val koji putuje u jednom smjeru, pretpostavljajući da je sredstvo beskonačno. U stvarnosti se to ne događa, jer sredstvo negdje mora završavati.



Slika 11.

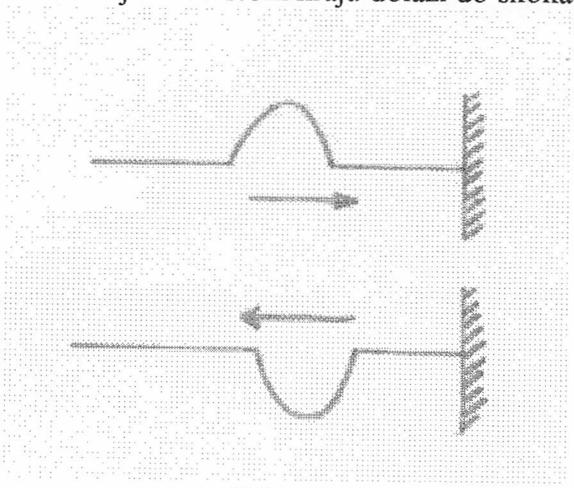
Možemo zamisliti da se na kraj jednog sredstva nadovezuje drugo sredstvo, čije se osobine razlikuju od prvog. Ilustrirano valom na žici, na kraj žice nadovezuje se žica od drugog materijala, veće ili manje linearne gustoće (Slika 11). Ovisno o linearnoj gustoći, brzina u sredstvu bit će veća ili manja od brzine širenja vala u prvom sredstvu.

Izdvajamo dva specijalna slučaja. U prvom je slučaju drugo sredstvo praktički bez mase, govorimo o slobodnom kraju. U drugom slučaju drugo sredstvo ima beskonačnu linearnu gustoću mase – govorimo o čvrstom kraju ili o čvrstom zidu. Eksperiment pokazuje da se neka deformacija žice koja ima oblik "brijega" reflektira na svakom od takvih krajeva, te da se istim sredstvom vraća u suprotnom smjeru. No reflektirani valovi u ta se dva slučaja razlikuju. U slučaju slobodnog kraja, brijeg se nakon refleksije vraća kao brijeg (Slika 12).



Slka 12.

U slučaju čvrstog kraja, brijeg se nakon refleksije vraća kao dol (Slika 13). Ako je brijeg sinusoidalnog oblika, govorimo da pri refleksiji na slobodnom kraju nema promjene faze, dok pri refleksiji na čvrstom kraju dolazi do skoka u fazi za π.



Slika 13.

To se može pokazati i računski. Treba uzeti u obzir da u se, u općem slučaju, upadni (incidentni) val koji dolazi na granicu sredstava rastavlja na dva dijela: na odbijeni (reflektirani) val koji se vraća istim sredstvom, i propušteni (transmitirani) val, koji nastavlja putovati drugim sredstvom. Brzine valova su različite, v_1 u prvom, a v_2 u drugom sredstvu. Elongacije za ta tri vala možemo pisati kao

$$s_i = A_i \sin \omega \left(t - \frac{x}{v_1} \right) \tag{6}$$

za upadni val,

$$s_r = A_r \sin \omega \left(t + \frac{x}{v_1} \right) \tag{7}$$

za reflektirani val, te

$$s_t = A_t \sin\omega\left(t - \frac{x}{v_2}\right) \qquad (8)$$

za transmitirani val.

Na granici sredstava, zbroj elongacija valova s lijeve strane mora biti jednak elongaciji vala na desnoj strani:

$$s_i(x=0) + s_r(x=0) = s_t(x=0),$$

što jamči da žica na spoju dvaju različitih sredstava nema prekida. Osim toga, na spoju dvaju sredstava žica je glatka, bez naglog skoka u nagibu žice, što znači da za derivacije po položaju vrijedi

$$\left.\frac{\partial s_i}{\partial x}\right|_{x=0} + \left.\frac{\partial s_r}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial s_t}{\partial x}\right|_{x=0}.$$

Ako u te izraze uvrstimo izraze za elongacije (6),(7) i (8 i njihove derivacije, te stavimo $x = 0$, oni poprimaju oblik

$$A_i + A_r = A_t$$

i

$$A_i - A_r = A_t \frac{v_1}{v_2}.$$

Budući da je A_i poznat, dobili smo dvije jednadžbe s dvije nepoznanice, te kad ih riješimo dobivamo

$$A_r = \frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} A_i$$

i

$$A_t = \frac{2v_2}{v_1 + v_2} A_i.$$

Iz tih izraza možemo izračunati amplitude reflektiranog i transmitiranog vala, ako poznajemo brzine. Za valove na žici napetoj silom F vrijedi

$$v_1 = \sqrt{\frac{F}{\mu_1}} \quad \text{i} \quad v_2 = \sqrt{\frac{F}{\mu_2}},$$

te se izrazi za amplitude mogu pisati kao

$$A_r = \frac{\sqrt{\mu_1} - \sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}} A_i$$

i

$$A_t = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}} A_i.$$

Za posebni slučaj čvrstog kraja vrijedi $\mu_2 >> \mu_1$, te je

$$A_r = -A_i \text{ i } A_t = 0 .$$

Val uopće ne prodire u drugo sredstvo, a amplituda reflektiranog vala suprotna je amplitudi upadnog vala, tj. val se reflektira sa pomakom za $\lambda/2$, odnosno skokom u fazi za π.
Za slobodni kraj vrijedi $\mu_1 >> \mu_2$, te je

$$A_r \cong A_i \text{ i } A_t = 2A_i .$$

Pri refleksiji na slobodnom kraju val se reflektira s jednakom amplitudom, tj. nema promjene faze. Transmitirani val ima dvostruko veću amplitudu nego upadni val, no upitamo li se kolika je energija prešla iz prvog sredstva u drugo, uočit ćemo da je ona minimalna, zbog zanemarive linearne gustoće mase drugog sredstva.

9. Stojni valovi

Stojni valovi nastaju kad na omeđenom sredstvu interferiraju dva vala: upadni i reflektirani. Stojni ili stacionarni val suprotnost je putujućem valu. Kod stojnog vala uspostavlja se stanje pri kojem svaka točka (određena položajem x) titra sa svojom vlastitom amplitudom. Neke točke imaju maksimalnu amplitudu i nazivamo ih *trbusima vala*. Druge su pak karakteristične točke *čvorovi stojnog vala*, kojima je amplituda jednaka nuli, pa uopće ne titraju. Mehanizam te pojave jednostavno ćemo razumjeti ako zbrojimo upadni val koji putuje udesno

$$\vec{s} = A\sin(\omega t - kx)$$

i val koji putuje ulijevo, a nastao je refleksijom na čvrstom kraju u točki $x = 0$:

$$\overleftarrow{s} = -A\sin(\omega t + kx) .$$

Dobivamo

$$\vec{s} + \overleftarrow{s} = -2A\sin kx \cdot \cos\omega t .$$

Rezultantna je elongacija produkt dvaju faktora: jedan ovisi samo o položaju, a drugi samo o vremenu. Dio koji ovisi o položaju predstavlja amplitudu za određeni x. Amplituda je maksimalna tamo gdje je $\sin kx = 1$, tj. za

$$x = \frac{(2n+1)\frac{\pi}{2}}{k} = \frac{(2n+1)\frac{\pi}{2}}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2},$$

pri čemu je n cijeli broj. Za $kx = n\pi$ amplituda je jednaka nuli, te se za

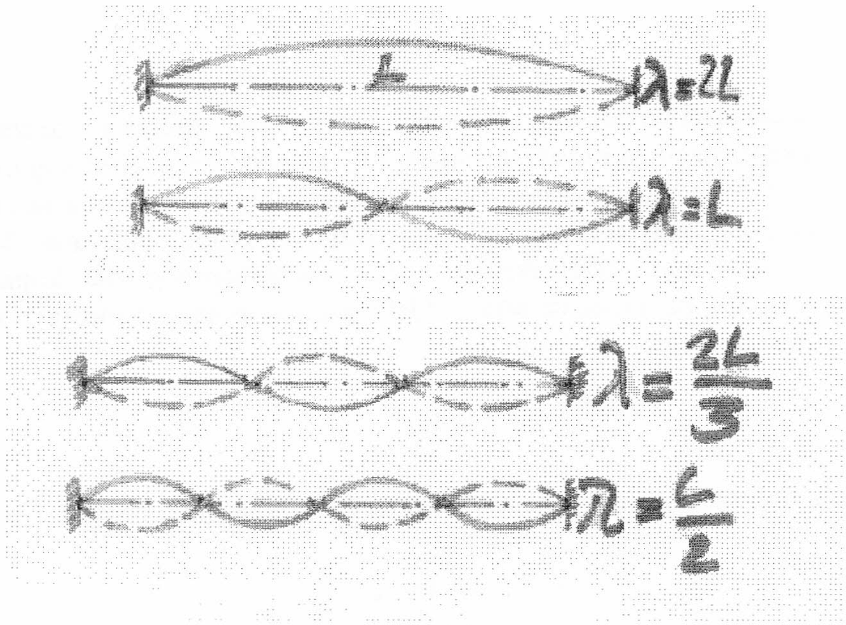
$$x = \frac{n\pi}{k} = \frac{n\pi}{\frac{2\pi}{\lambda}} = n\frac{\lambda}{2}$$

dobivaju čvorovi stojnog vala.

Pri omeđenom sredstvu treba voditi računa jesu li oba kraja čvrsta, oba slobodna, ili je jedan kraj čvrst a drugi slobodan.

Stojni val za žicu duljine L učvršćenu na oba kraja prikazan je na Slici 14. Moguća su sva ona titranja pri kojima su na oba kraja čvorovi. Za najveću moguću valnu duljinu duljina žice odgovara polovici valne duljine. No ima i drugih titranja, onih s manjim valnim duljinama – to su tzv. viši harmonici. Za njih vrijedi

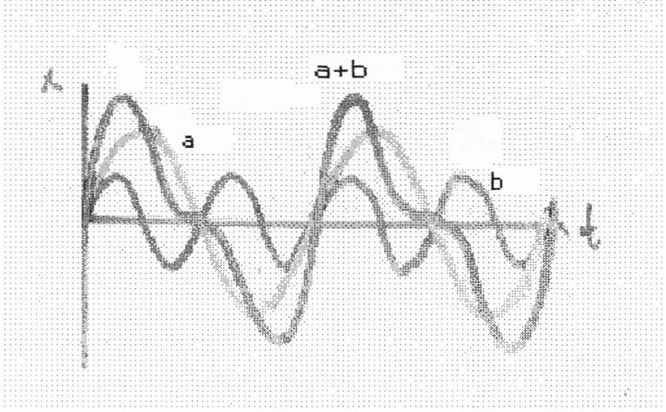
$$L = n\frac{\lambda}{2} \text{ ili } \lambda = \frac{2L}{n}.$$



Slika 14.

Pri tome može biti $n = 0,1,2,3,...$, te su moguće valne duljine $\lambda = 2L$, $\lambda = L$, $\lambda = \frac{2L}{3}$, $\lambda = \frac{L}{2}$, itd. Budući da je veza frekvencije i brzine širenja vala $\nu = \frac{v}{\lambda}$, moguće su frekvencije $\nu = \frac{v}{2L}$, $\nu = \frac{v}{L}$, $\nu = \frac{3v}{2L}$, $\nu = \frac{2v}{L}$, itd. Ako je riječ o žici na glazbenom instrumentu, osnovna će frekvencija odrediti visinu tona, dok su viši harmonici odgovorni za boju tona. Svaki glazbeni instrument ima karakterističnu boju tona, ovisno o intenzitetu kojim se javlja titranje s frekvencijama pojedinih viših harmonika. Na Slici 15 vidi se rezultat zbrajanja osnovnog vala i vala sa dvostruko većom frekvencijom:

$$s_{a+b} = A_a \sin \omega t + A_b \sin 2\omega t .$$



Slika 15.

Rezultat je periodična funkcija neobična oblika. Zbrajanje većeg broja valova koji nastaju na nekom omeđenom sredstvu rezultirat će još neobičnijim periodičnim funkcijama. Obrnuto, svaku periodičnu krivulju, ma kako neobičan imala oblik, možemo predočiti kao zbroj više harmoničkih funkcija, tj. doznati od kojih je osnovnih titraja i viših harmonika nastala. Takav se matematički postupak naziva Fourierovom analizom.

Primjere za stojne valove sa slobodnim krajem također nalazimo među glazbenim instrumentima, naročito među puhačkim instrumentima. U puhačkim glazbenim instrumentima elastično sredstvo je zrak, a valovi su longitudinalni.

10. Energija i intenzitet vala

Zbog titrajnog gibanja čestica elastičnog sredstva i valno gibanje ima energiju. U putujućem valu energija se prenosi s jednog mjesta na drugo. Stojni pak valovi pružaju mogućnost da se energija uskladišti u malom dijelu prostora.

Energiju putujućeg vala na nekom sredstvu izračunat ćemo tako da u mislima razdijelimo sredstvo na sasvim male djeliće. Uzmemo li kao primjer napetu žicu, ti djelići imaju oblik valjka visine dx i presjeka S, te mase dm. Energija takvog djelića je

$$dE = \frac{1}{2} dm \cdot \omega^2 A^2$$

a energija po jedinici volumena (gustoća energije)

$$w = \frac{dE}{dV} = \frac{1}{2}\frac{dm}{dV}\omega^2 A^2 .$$

Energija koja se u jednici vremena prenese kroz presjek žice površine S jednaka je snazi

$$P = \frac{dE}{dt} = \left(\frac{dE}{dV}\right)\left(\frac{dV}{dt}\right) = w \cdot \frac{Sdx}{dt} = wSv .$$

Uvrstimo li gornji izraz za gustoću energije, možemo pisati

$$P = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 S v .$$

Omjer snage i površine presjeka naziva se intenzitetom vala I i može se izraziti kao

$$I = \frac{dP}{dS} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 v .$$

Jedinica za mjerenje intenziteta je $\mathrm{Wm^{-2}}$. Uočavamo da je intenzitet I putujućeg vala razmjeran gustoći sredstva ρ i brzini širenja vala v, te kvadratima amplitude A i kružne frekvencije ω.

11. Valovi zvuka

Valovi zvuka su mehanički periodični poremećaji gustoće sredstva, malih amplituda u usporedbi s valnom duljinom. Frekvencije koje zamjećuje ljudsko uho su u intervalu od 16 Hz do 20000 Hz. Valovi većih frekvencija nazivaju se ultrazvukom. Sredstvo može biti bilo koja čvrsta, tekuća ili plinovita tvar, no najčešće zvuk povezujemo sa širenjem vala gustoće kroz zrak. U plinovima i tekućinama zvučni su valovi longitudinalni. U čvrstim tijelima mogu biti i longitudinalni i transverzalni.

Brzina zvuka dana je ranije navedenim izrazom za plinove i ovisi o gustoći sredstva i njegovom modulu elastičnosti. U Tablici 1 navedene su vrijednosti brzina za neke tvari na temperaturi 0^0C i pri tlaku od 1 bara.

Tablica 1.

Sredstvo	Brzina zvuka / $\mathrm{ms^{-1}}$
kisik	316
voda	1484
staklo	3490
željezo	5950
zrak	332

Jakost zvuka može se mjeriti apsolutno, tako da se mjeri intenzitet I zvuka u jedinicama $\mathrm{Wm^{-2}}$, ili relativno, u omjeru prema nekom određenom intenzitetu. Ovaj drugi način pokazao se korisnijim. Kao vrijednost za usporedbu uzima se $I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{Wm^{-2}}$, najmanji intenzitet koji ljudsko uho još može razaznati. Stvarni su intenziteti zvukova veći i nekoliko stotina tisuća puta, pa se pogodna skala dobije ako se uzme logaritam omjera stvarnog i minimalnog intenziteta. Jedinica dobivena na takav način je bel (oznaka B). Uobičajilo se da se umjesto u belima intenzitet zvuka izražava 10 puta većim brojem, a tako dobivena jedinica naziva se decibel. Dakle intenzitet $\boldsymbol{I}$ nekog zvuka izražen u decibelima jeste

$$\frac{\boldsymbol{I}}{dB} = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} .$$

Odatle proizlazi da zvuk minimalnog intenziteta ima 0 dB, zvuk 10 puta jači od najmanjeg 10 dB, zvuk 100 puta jači od minimalnog 20 dB, a zvuk 10^8 puta jači 80 dB. U Tablici 2 navedeni su intenziteti u decibelima za neke tipične zvukove iz naše okoline.

Tablica 2.

Vrsta zvuka	Intenzitet zvuka u dB
šapat	20
razgovor	40
predstava	60
prometna ulica	80
kosilica za travu	100
sirena policijskog automobila	120
polijetanje aviona	140

Zvukovi intenziteta od 120 i više dB opasni su za zdravlje i mogu izazvati slabljenje ili trajni gubitak sluha. U tu grupu zvukova najjačih intenziteta može se ubrojiti i glasna glazba iz raznih tipova elektronskih uređaja (zvučnici u disco-klubu, slušalice walkmana).

Neki izvori zvuka mogu proizvoditi samo jednu jedinu frekvenciju, tada dobivamo čisti ton. Nota a_1 ima frekvenciju 440 Hz. Za oktavu viši ton ima dvostruko veću, a za oktavu niži ton dvostruko manju frekvenciju. Čisti ton teško je ostvariti, možemo ga čuti u pjevanju soprana ili sviranju violine. Većina instrumenata proizvodi zvukove koji imaju karakterističnu boju, određenu kombinacijom osnovnog tona i tonova koji odgovaraju višim harmonicima. Zvuk koji sadrži mnogo bliskih frekvencija među čijim vrijednostima nema pravilnosti, prepoznajemo kao šum ili štropot.

Kod zvučnih valova brzine v može se primijetiti još jedna pojava karakteristična za valove, Dopplerov efekt. On se opaža kad se izvor vala i opažač (detektor vala) gibaju uzajamno jedan prema drugome.

Kad izvor miruje, a detektor se približava ili udaljava od izvora brzinom v_d, relativna brzina $v \pm v_d$ određuje frekvenciju zvuka koju čuje opažač:

$$\nu' = \frac{v \pm v_d}{v} \nu .$$

Ukoliko se izvor giba brzinom v_i, a detektor miruje,

$$\nu' = \frac{v}{v \pm v_i} \nu .$$

Općenito je

$$\nu' = \frac{v - v_d}{v - v_i}\nu,$$

s tim da su u zadnjem izrazu v_d i v_i pozitivni onda kad imaju isti smjer kao val. Dopplerova pojava za zvuk opaža se kad se vozilo hitne pomoći s uključenom sirenom najprije približava mirnom opažaču, a zatim se od njega udaljava. Opažač najprije čuje ton koji postaje sve viši, a zatim se, kako se vozilo sa sirenom sve više udaljava, visina tona smanjuje.

U ovom kratkom pregledu bilo je riječi o mehaničkim valovima, tj. o valovima koji se šire elastičnim sredstvom. U prirodi ima i drugih pojava koje opisujemo pomoću valova. U fizici ćete se nešto kasnije susresti s *elektromagnetskim valovima*, koji se osim kroz sredstvo mogu širiti i kroz prazan prostor (vakuum), a veličina koja titra nije pomak čestice već jakost električnog i magnetskog polja. Nadalje, valna pojava poznata pod imenom *valova materije* otkrivena je i u ponašanju čestica unutar atoma, i temelj je suvremene kvantne fizike.

Pitanja i zadaci

1. Val ima frekvenciju 200 Hz i putuje brzinom od 340 m/s. Kolika je valna duljina?

2. Izvor titranja s periodom 2 ms pobuđuje u vodi valove valne duljine 2,9 m. Kojom će se brzinom širiti val?

3. Pokraj mirnog opažača koji stoji na obali jezera u vremenu od 6 sekundi prođu četiri kreste vala. Udaljenost između prve i treće kreste je 12 m. Odredite period titranja čestica vode, brzinu vala i valnu duljinu.

4. Elongacija putujućeg vala na čeličnoj žici dana je izrazom
$$s=3\text{ cm}\sin(0{,}64\,\pi t\,\text{s}^{-1} - 0{,}2\,\pi x\,\text{cm}^{-1}).$$
Odredite: a) frekvenciju i period vala; b) brzinu vala; c) valnu duljinu; d) amplitudu; e) intenzitet vala; f) prikažite grafički elongaciju točke udaljene x=4 cm od izvora vala, za vremenski interval $0<t<3T$.

5. Napeta žica ima dva dijela. Prvi ima linearnu gustoću 2 g/cm, a drugi 5 g/cm. a) Ako je žica napeta silom od 50 N, a amplituda upadnog vala je 2 mm, kolike će biti amplitude reflektiranog i transmitiranog vala? b) Kolikom se brzinom val širi u prvom, a kolikom u drugom dijelu žice?

6. Odredite valnu duljinu stojnog vala, ako su prvi i treći čvor međusobno udaljeni 20 cm.

7. Žica gustoće 7900 kg/m^3, mase 0,632 g i presjeka 0,1 mm^2 učvršćena je na oba kraja i napeta silom 300 N. Kolike su frekvencije osnovnog tona i prvih 5 viših tonova, koje proizvodi titranje te žice?

8. Ako je poznata duljina žice L i brzina širenja vala $\mathbf{v}$, a jedan kraj žice je slobodan, nađite izraz za frekvencije i valne duljine osnovnog tona i viših harmonika.

9. Puhački instrument sadrži stupac zraka visine 80 cm, te je otvoren na jednom a zatvoren na drugom kraju. Brzina vala je 330 m/s. Kolike su frekvencije osnovnog i prvih 5 viših tonova koje proizvodi taj instrument?

10. S jednog od dvaju nepomičnih brodova odaslan je ultrazvučni signal, koji kroz vodu putuje do drugog broda. Detektor ultrazvuka na drugom brodu primi dva signala, prvi t_1=67 ms, a drugi t_2=149 ms nakon što je signal odaslan. Ako je brzina zvuka u vodi $\mathbf{v}$=1500 m/s, kolika je dubina mora H ispod dvaju brodova?