

Fizika I

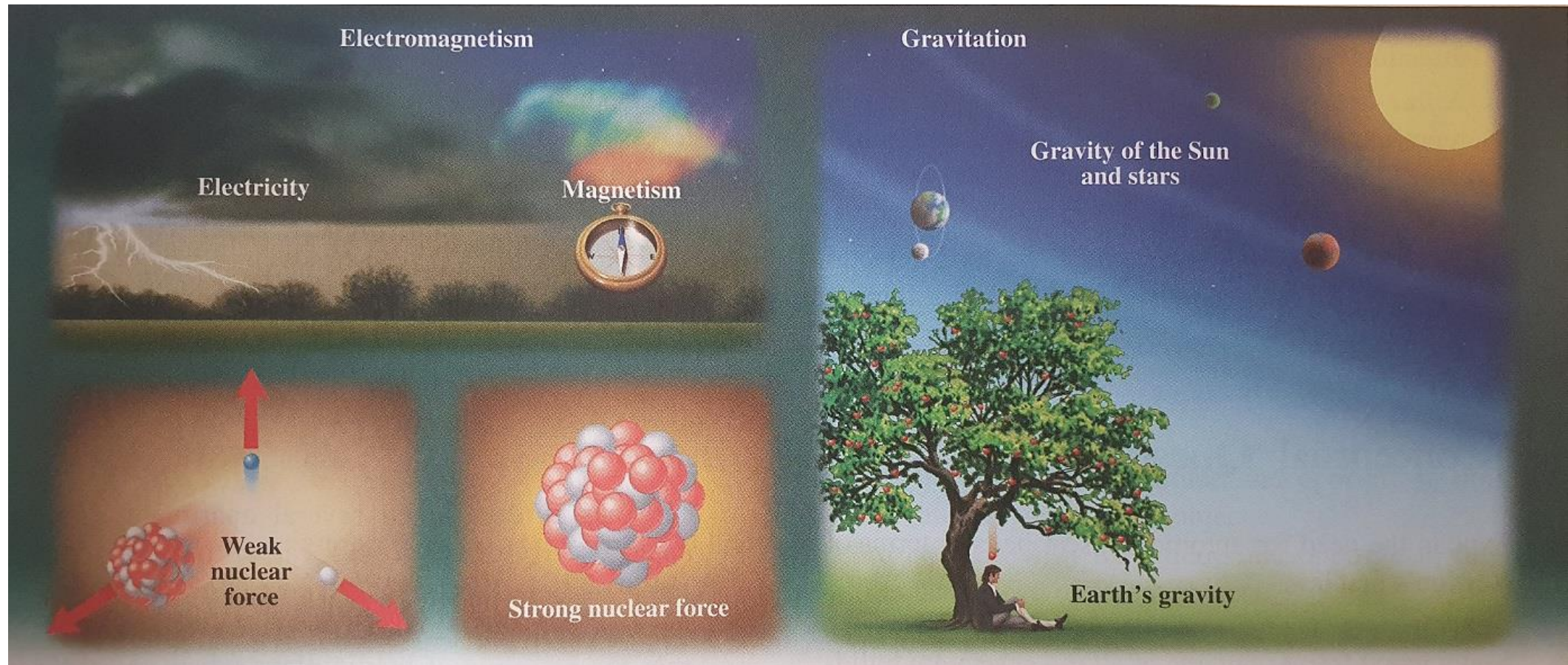
GRAVITACIJA

RELATIVISTIČKA MEHANIKA

Doc. dr. sc. Iva Movre Šapić

8. GRAVITACIJA

- Jedna od 4 temeljne interakcije



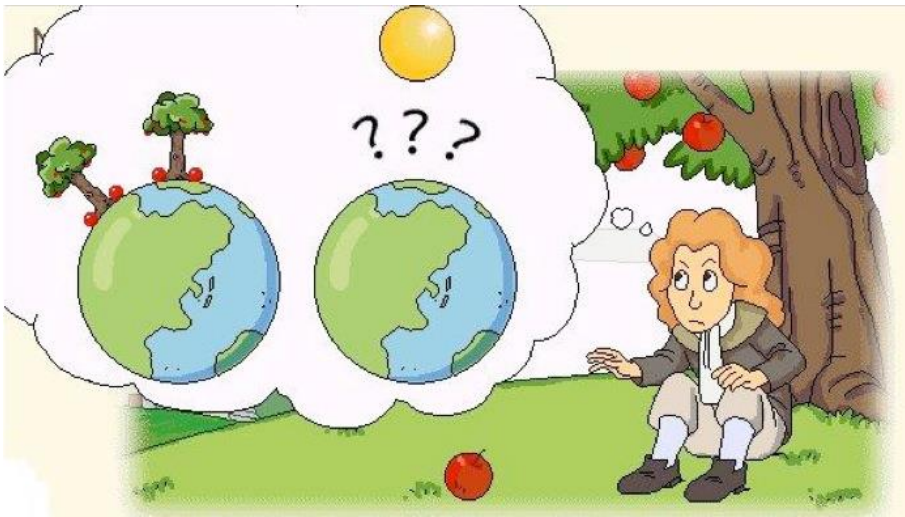
GRAVITACIJA

Promatranje gibanja nebeskih tijela → privlačna sila među tijelima

- Claudius Ptolemeus (100. – 170.) – geocentrični sustav
- Nikola Kopernik (1473. – 1543.) – heliocentrični sustav
- Galileo Galilei (1564.-1642.) podržao i nastavio Kopernikova istraživanja
- utvrdio da je ubrzanje Zemljine sile teže bilo kojega padajućeg tijela na površini Zemlje konstantno i da je jednako za sva tijela.
- Tycho Brahe (1546.-1601.) – danski astronom; precizno bilježio putanje nebeskih tijela (planeta i 777 zvijezda – oko + kompas + sekstant)
- 1600. asistent Johannes Kepler (1571.-1630.); njemački astronom
→ Keplerovi zakoni
- 1684. Edmond Halley → gravitacijska sila između Sunca i planeta opada s kvadratom udaljenosti

Newtonov zakon gravitacije

- 1687. Isaac Newton → *Philosophie naturalis principia mathematica*
(Matematički principi filozofije prirode)
- opisao gibanje nebeskih i zemaljskih tijela pomoću zakona gravitacije



- pad jabuke sa stabla i gibanje Mjeseca oko Zemlje uzrokuje ista sila
→ gravitacijsko privlačenje dviju masa

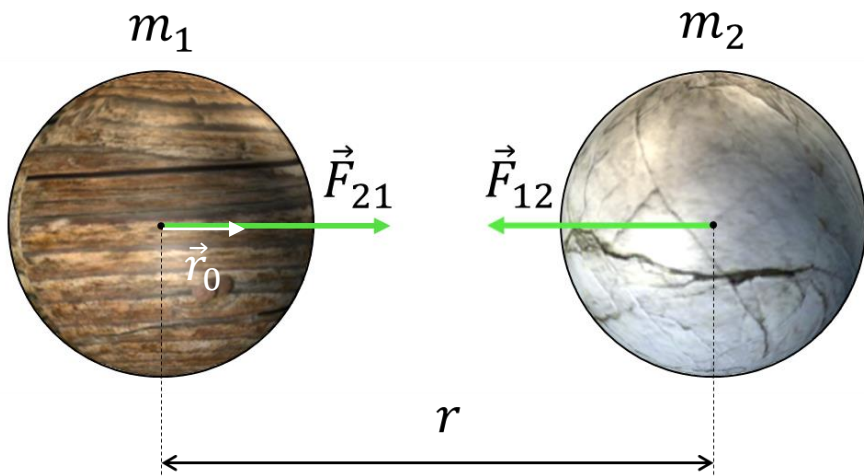
Aproksimacija:

- sva je masa Zemlje skoncentrirana u njezinu središtu

<https://bhpbl.wordpress.com/sir-isaac-newton/>

Newtonov zakon gravitacije

- akceleracija slobodnog pada ne ovisi o masi tijela $\rightarrow$ gravitacijska sila proporcionalna je masi tijela
- princip akcije i reakcije $\rightarrow$ gravitacijska sila proporcionalna je umnošku masa obaju tijela
- gravitacijska sila ovisi o udaljenosti $\sim 1/r^2$

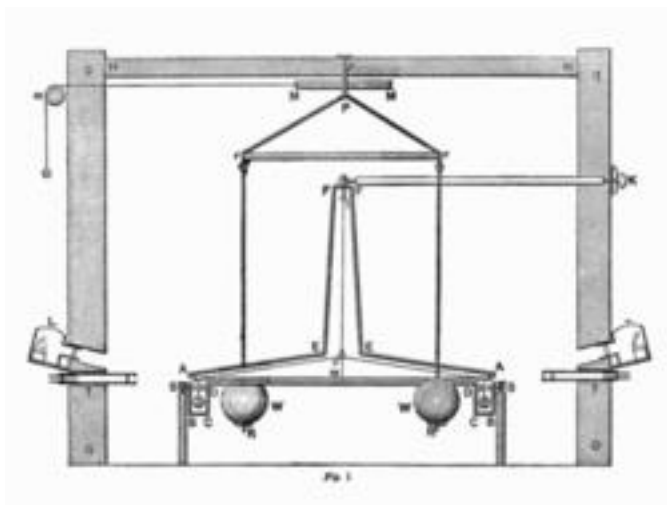


$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}_0$$

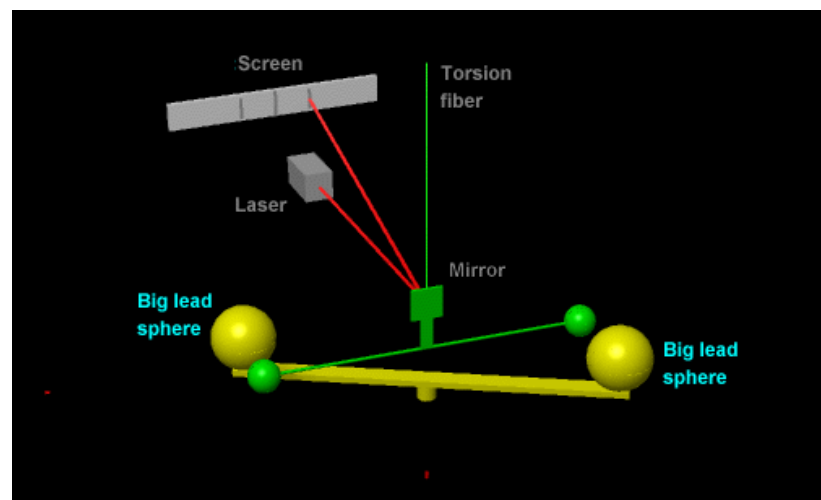
G - opća gravitacijska konstanta jednaka za sve parove čestica u svemiru.

Određivanje gravitacijske konstante

- 1798. Cavendish, odredio torzijskom vagom



https://hr.wikipedia.org/wiki/Torzijska_vaga#/media/Datoteka:Cavendish_Experiment.png



leydenscience.org

dvije male
kugle i dvije
velike olovne
kugle

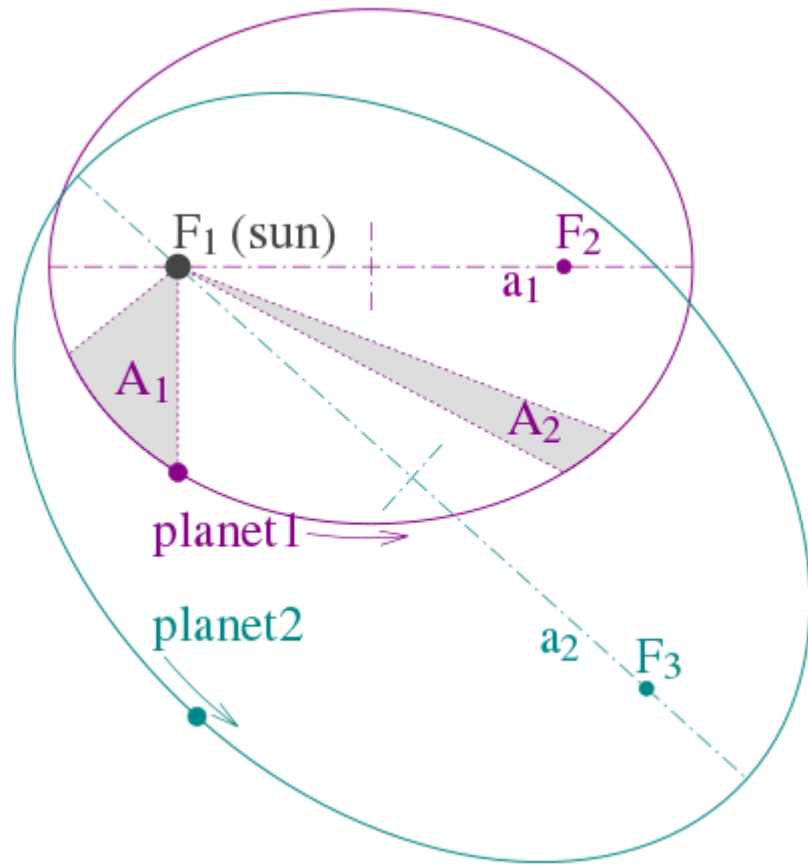
gravitacijsko privlačenje kugli:

izmjeran kut zakreta niti + poznata torzijska konstanta $\rightarrow F \rightarrow G$

$$G = (6,672 \pm 0,004) \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

slaba sila

Keplerovi zakoni



1. Svi planeti kreću se po elipsama u čijem se jednom žarištu nalazi Sunce.
2. Radijusvektor (vektor koji ide od središta Sunca do središta planeta) u jednakim vremenskim intervalima opisuje jednake površine.
3. Kvadrati ophodnih vremena planeta oko Sunca odnose se kao kubovi velikih poluosi njihovih eliptičnih putanja:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Sva tri Keplerova zakona mogu se izvesti iz Newtonovih zakona i zakona gravitacije.

Gravitacijsko polje

- Gravitacijska sila djeluje na daljinu → korisno je definirati **POLJE** kao **prostor u kojem djeluje sila**.
- Polje postoji u svakoj točki prostora. Izvor polja je tijelo (m_1) koje stvara gravitacijsko polje u okolnom prostoru.
- Prisustvo polja utvrđujemo postavljanjem probnog tijela (m_2) u određenu točku prostora i mjerenjem sile na to tijelo.
- Jakost gravitacijskog polja = gravitacijska sila po jedinici mase tijela na koje djeluje ta sila.
- $\vec{\gamma} = \frac{\vec{F}_{12}}{m_2}$, $\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}_0$  $\vec{\gamma} = -G \frac{m_1}{r^2} \vec{r}_0$
- **Vektor!** Smjer prema izvoru polja: m_1

Gravitacijsko polje Zemlje

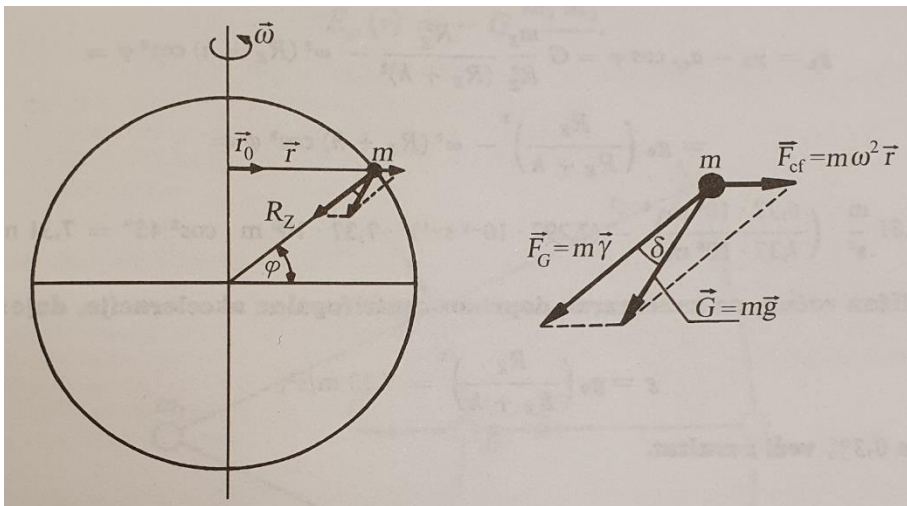
- Ako je m_1 masa Zemlje M_Z , a tijelo je na površini Zemlje ($r = R_Z$) tada vrijedi

$$\vec{\gamma} = -G \frac{M_Z}{R_Z^2} \vec{r}_0$$

$$g = G \frac{M_Z}{R_Z^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{(6371 \cdot 10^3)^2} \approx 9,81 \text{ m/s}^2$$

- Dodatne korekcije vrijednosti g :
 - Spljoštenost Zemlje: g je veći na polu (manji r), a manji na ekvatoru (veći r)
 - Centrifugalna sila – zbog vrtnje Zemlje oko svoje osi

Gravitacijsko polje Zemlje



$$\vec{G} = \vec{F}_G + \vec{F}_{cf}$$

$$\vec{F}_{cf} = m\omega^2\vec{r} = m\omega^2 R_Z \cos\varphi \vec{r}_0$$

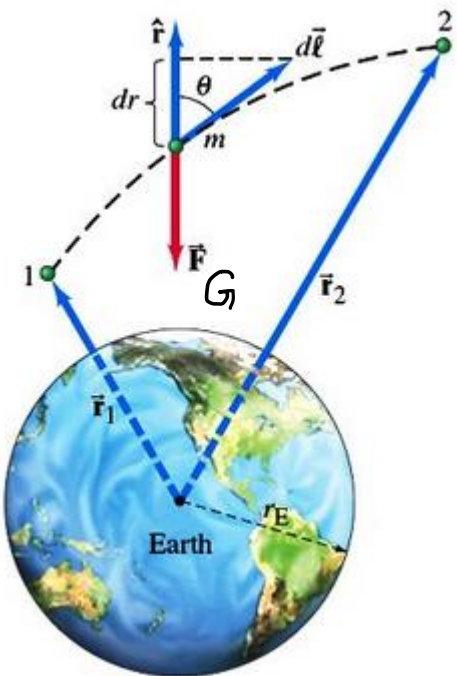
- R_Z – polumjer Zemlje,
- ω - kutna brzina Zemlje ($2\pi / 24\text{h}$),
- φ - geografska širina

Akceleracija sile teže:

- na polovima $g_p = 9,832 \text{ m/s}^2$
- na ekvatoru $g_e = 9,780 \text{ m/s}^2$
- $g_n = 9,80665 \text{ m/s}^2 \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ –
Dogovorena normirana vrijednost,
odgovara $\varphi = 45^\circ$

Gravitacijska potencijalna energija

- gravitacijska sila je **konzervativna** → tijela u polju te sile imaju potencijalnu energiju
- Računamo rad vanjske sile pri pomaku npr. satelita iz točke 1 u točku 2:



$$\vec{F} = -\vec{F}_G$$

$$W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} G \frac{m_1 m_2}{r^2} dr = G m_1 m_2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$W = E_P(r_2) - E_P(r_1) = G m_1 m_2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$E_P(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r}$$

Gravitacijski potencijal

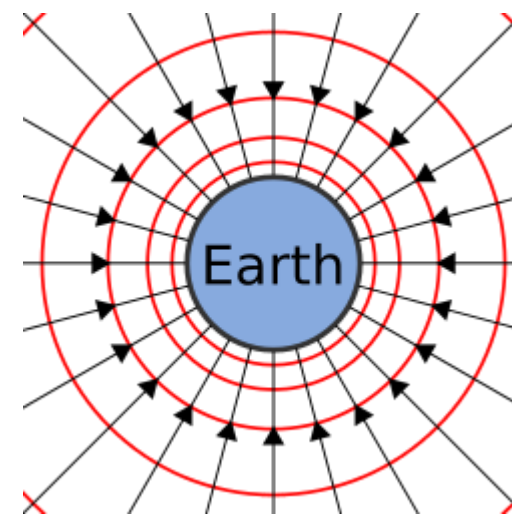
- Djelovanje konzervativne sile možemo opisati potencijalnom energijom, a konzervativno polje možemo opisati potencijalom.
- **Potencijal** je omjer potencijalne energije i mase:

$$\varphi(r) = \frac{E_P(r)}{m_2} = -G \frac{m_1}{r}$$

- A potencijalna energija = umnožak mase i potencijala:

$$E_P(r) = m_2 \varphi(r)$$

- Masa m_1 je i ovdje „izvor“, a m_2 je probna masa u točki udaljenoj r od m_1



Troma i teška masa

- U dinamici: **troma (inertna) masa**
 - Određuje se mjerenjem akceleracije koju dobiva neko tijelo pod utjecajem sile
- U izrazu za gravitacijsku silu: **teška (gravitacijska) masa**
- Pod djelovanjem gravitacijske sile, tijelo dobiva akceleraciju

$$a = \frac{F}{m_i} = G \frac{M_Z}{R_Z^2} \frac{m_g}{m_i}$$

- Pokusi: $a = g \rightarrow m_i = m_g = m$
- Jednakost teške i trome mase osnova je principa ekvivalencije: ne možemo razlikovati inercijski sustav u gravitacijskom polju ($a = g$) od neinercijskog sustava koji se giba ubrzanjem $a = -g \rightarrow$ osnova Einsteinove opće teorije relativnosti.

9. RELATIVISTIČKA MEHANIKA

- Newtonova mehanika: $v \ll c$
- Michelson-Morleyev eksperiment 1887.g. – suprotno očekivanjima, nije potvrdio postojanje etera.
- Einstein – tumači eksperiment, eter ne postoji
- Dva postulata specijalne teorije relativnosti:
 - Brzina svjetlosti jednaka je u svim inercijskim sustavima:
$$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$
 - Svi fizikalni zakoni imaju isti oblik u svim inercijskim sustavima
- Galilejeve transformacije → relativističke, Lorentzove, transformacije.

Relativistička dinamika

- 2. Newtonov zakon vrijedi i dalje u obliku

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

- Gdje je

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- $m = m_0$ masa mirovanja

Energija

- Za slobodnu česticu
- Svako tijelo posjeduje energiju mirovanja: $E_0 = mc^2$
- Ukupna energija:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- Kinetička energija:

$$E_K = E - E_0 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2$$

- Energija izražena pomoću količine gibanja:

$$E = \sqrt{(mc^2)^2 + (cp)^2}$$