

Fizika I

SUDARI

STATIKA

Doc. dr. sc. Iva Movre Šapić

Sudari

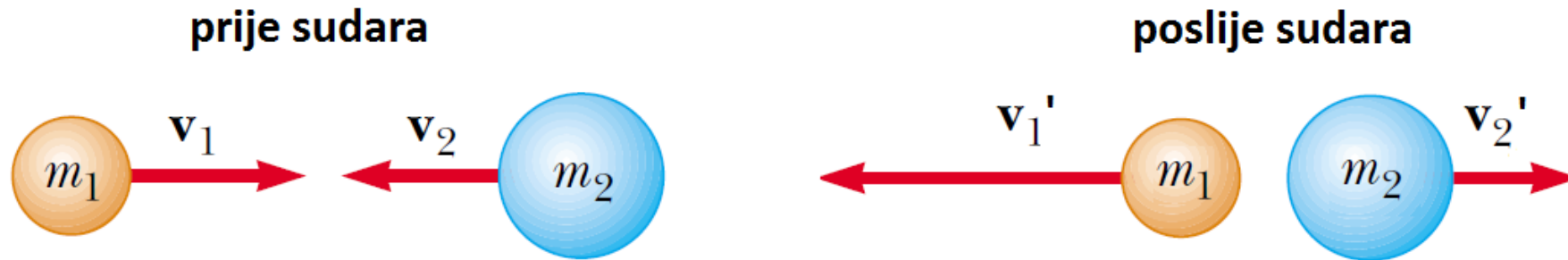
- Primjer primjene zakona očuvanja količine gibanja i energije

Dva tijela:

- **(Savršeno) elastičan**: nema deformacije, ukupna kinetička energija ostaje ista
- **Neelastičan**: tijela se deformiraju, dio kinetičke energije pretvara se u unutarnju energiju
- Savršeno neelastičan: tijela se u sudaru spoje i nastavljaju gibanje kao jedno tijelo, dio kinetičke energije pretvara se u unutarnju energiju (toplinu);
- Očuvana je ukupna količina gibanja u sustavu, ali energija nije

Količina gibanja je uvijek očuvana!

SAVRŠENO ELASTIČAN SUDAR – CENTRALNI



$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2' \quad \text{ZOKG}$$

$$\frac{m_1 \vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2^2}{2} = \frac{m_1 \vec{v}_1'^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2'^2}{2} \quad \text{ZOE}$$

Rješenje:

$$\vec{v}_1' = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

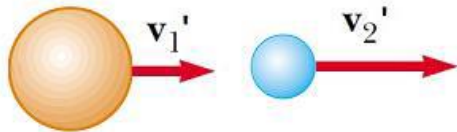
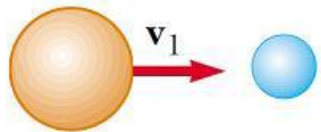
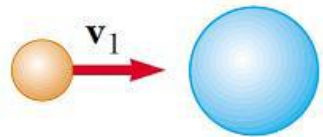
$$\vec{v}_2' = \frac{(m_2 - m_1)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2}$$

SAVRŠENO ELASTIČAN SUDAR – CENTRALNI

Posebni slučajevi

prije sudara

poslije sudara



- $m_1 = m_2 = m \rightarrow \vec{v}_1' = \vec{v}_2, \vec{v}_2' = \vec{v}_1$
čestice zamijene brzine;

ako i $v_2 = 0 \rightarrow \vec{v}_1' = 0, \vec{v}_2' = \vec{v}_1$

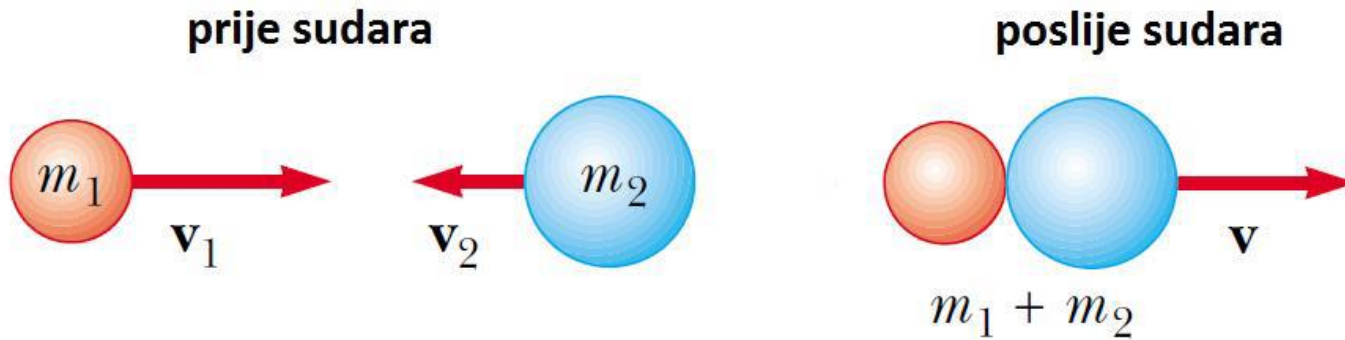
- $m_1 \ll m_2; v_2 = 0 \rightarrow \vec{v}_1' = -\vec{v}_1, \vec{v}_2' = 0;$

$$\Delta p_1 = 2m_1 v_1$$

- $m_1 \gg m_2; v_2 = 0 \rightarrow \vec{v}_1' \approx \vec{v}_1, \vec{v}_2' \approx 2\vec{v}_1;$

puno veće/manje mase

SAVRŠENO NEELASTIČAN SUDAR



- Kugle se nakon sudara deformiraju, slijepe se i gibaju se zajedno:
 $\vec{v}'_1 = \vec{v}'_2 = \vec{v}$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{(m_1 + m_2)}$$

- Kinetičke energije prije i nakon sudara više nisu jednake, nakon sudara je kinetička energija manja, a unutarnja energija se povećava za isti iznos.

SAVRŠENO NEELASTIČAN SUDAR

- Kinetička energija **prije** sudara:

$$E_k = \frac{m_1 \vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2^2}{2}$$

- Kinetička energija **poslije** sudara:

$$E'_k = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \vec{v}^2$$

- Q - razlika između konačne i početne kinetičke energije:

$$Q = E'_k - E_k = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \vec{v}^2 - \frac{m_1 \vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2^2}{2}$$

$$Q = -\frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2$$

- $Q < 0$ pri savršeno neelastičnom sudaru.
- Promjena unutarnje energije sustava : $-Q$

Faktor restitucije

- Faktor restitucije pri izravnom centralnom sudaru dvaju tijela jednak je omjeru relativnih brzina nakon i prije sudara:

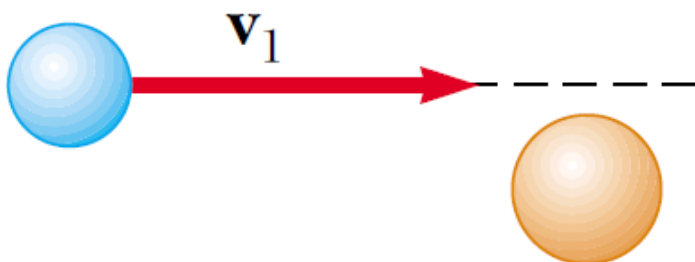
$$k = \frac{|\vec{v}'_1 - \vec{v}'_2|}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|}$$

- Savršeno elastičan sudar $k = 1$
- Neelastičan sudar $0 < k < 1$
- Savršeno neelastičan sudar $k = 0$

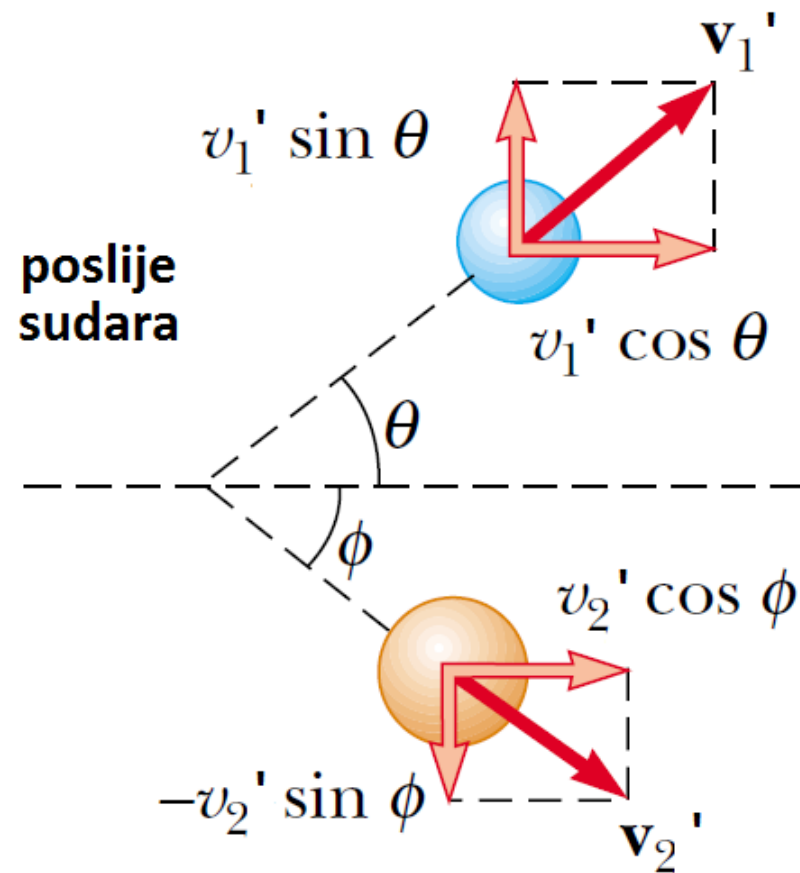


Sudar u dvije dimenzije

prije
sudara



poslije
sudara



STATIKA

= dio mehanike koji proučava zakonitosti slaganja sila koje djeluju na tijela i ravnotežu tijela.

Tijelo je u RAVNOTEŽI kada se **ne ubrzava!**

Pri tom tijelo može:

- mirovati
- gibati se **jednoliko po pravcu**
- **jednoliko rotirati** oko osi koja prolazi kroz centar mase

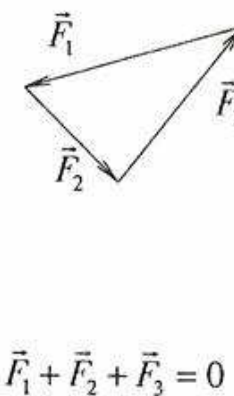
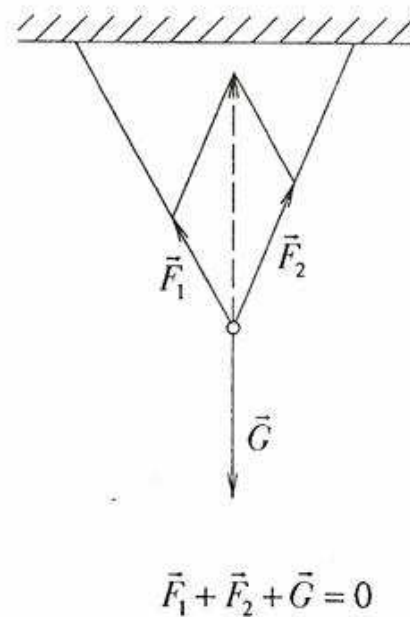
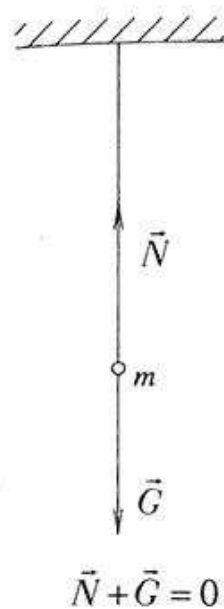
Općenito gibanje krutog tijela može se rastaviti na

- translaciju tog tijela brzinom kojom se giba neka njegova točka (centar mase) i
- rotaciju oko osi koja prolazi kroz tu točku.

Ravnoteža materijalne točke

- Čestica je u ravnoteži ako je rezultantna sila na tu česticu jednaka nuli (zatvoren vektorski poligon sila na česticu).

$$\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i = 0$$



Kruto tijelo

- **Kruto tijelo** = tijelo koje pod utjecajem sila **ne mijenja oblik**.
 - sustav od mnoštva materijalnih točaka čiji **međusobni razmaci ostaju uvijek isti**
 - Idealizacija
- **Čvrsto tijelo** = tijelo koje pod utjecajem sila **mijenja oblik**
(deformacija – elastična/plastična)
 - realno tijelo

Kruto tijelo

- Centar mase za mnoštvo čestica smo odredili:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{M}$$

- Masa raspodijeljena kontinuirano po nekom volumenu V:

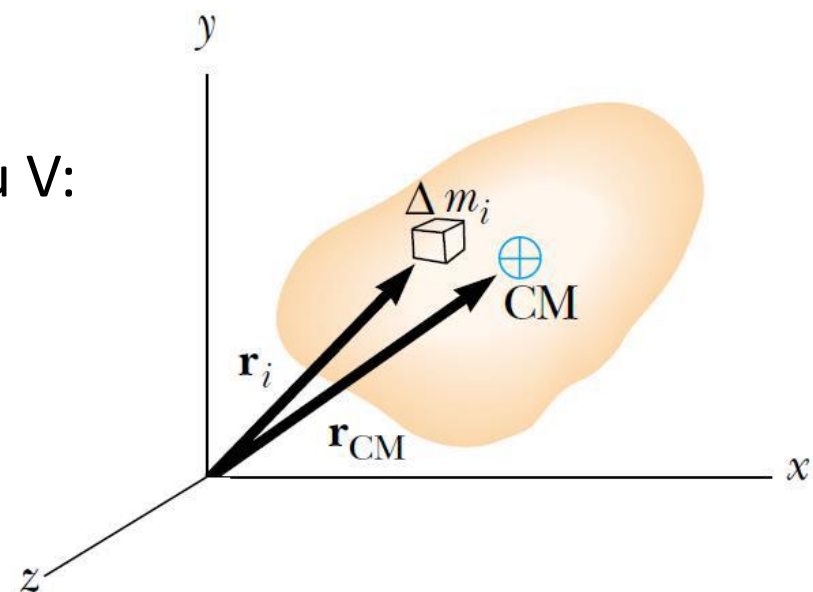
$$\vec{r}_i \rightarrow \vec{r}$$

$$m_i \rightarrow dm$$

- Gustoća ne mora biti konstantna

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\int \vec{r} dm}{M} = \frac{\int \rho \vec{r} dV}{M}$$



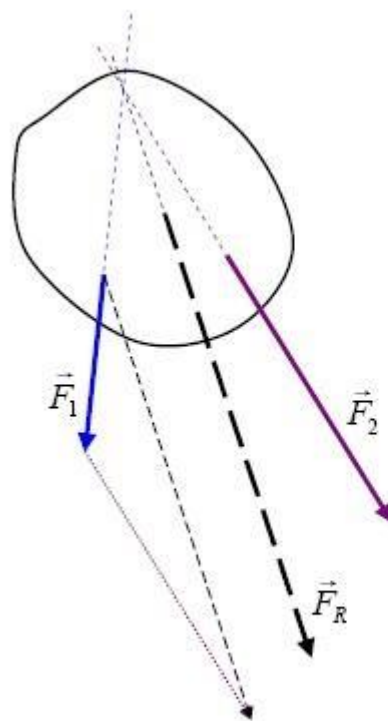
Djelovanje sila na kruto tijelo

Konkurentne sile

= sile čiji se pravci djelovanja **sijeku** u istoj točki tijela

- imaju isto hvatište

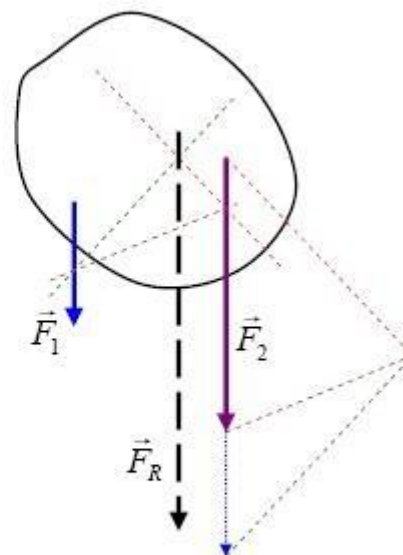
$$\vec{F}_R = \sum_i^n \vec{F}_i$$



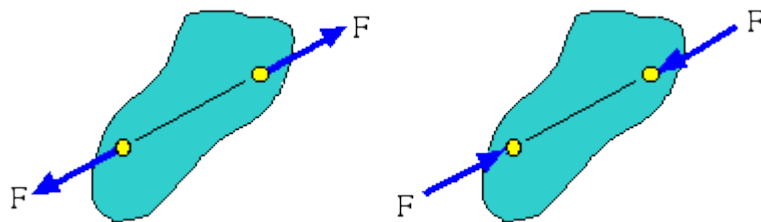
Nekonkurentne sile

= sile čiji se pravci djelovanja **ne sijeku** u istoj točki tijela

- nemaju isto hvatište



Djelovanje konkurentnih sila na kruto tijelo



Ako na tijelo djeluju dvije sile s različitim hvatištem, koje leže ne istom pravcu, tijelo je u ravnoteži ako su sile istog iznosa, a suprotnog smjera.

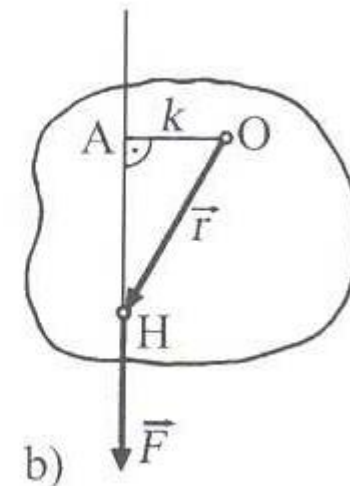
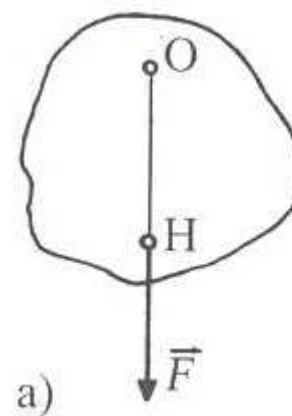
Hvatište sile može se pomicati duž pravca nosioca, a da se djelovanje sile na kruto tijelo ne promijeni (sila na kruto tijelo je klizni vektor).

Moment sile

- Djelovanje sile na kruto tijelo može uzrokovati translacijsko gibanje, ali i **rotaciju** oko neke osi.
- Utjecaj sile na rotaciju opisuje se momentom sile.

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

- O - **os rotacije**
- H - **hvatište sile** = točka u kojoj djeluje sila
- r = udaljenost od osi rotacije do hvatišta sile
- **krak sile** (k) = udaljenost od osi rotacije do pravca na kojemu leži sila koja djeluje na tijelo

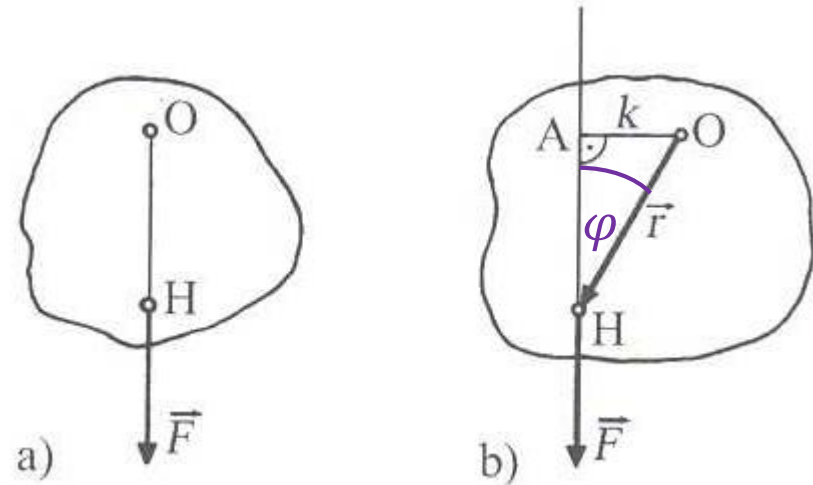


Moment sile

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

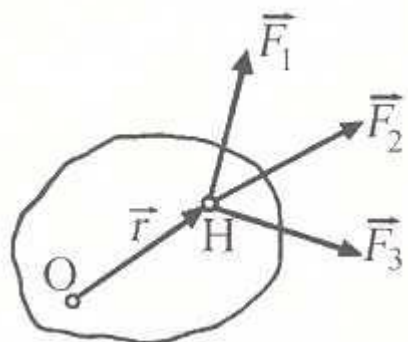
a) $M = 0$

b) $M = kF = rF\sin\varphi$



Moment sile

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$



- Više konkurentnih sila:
- Moment svake sile obzirom na točku O: $\vec{M}_i = \vec{r} \times \vec{F}_i$

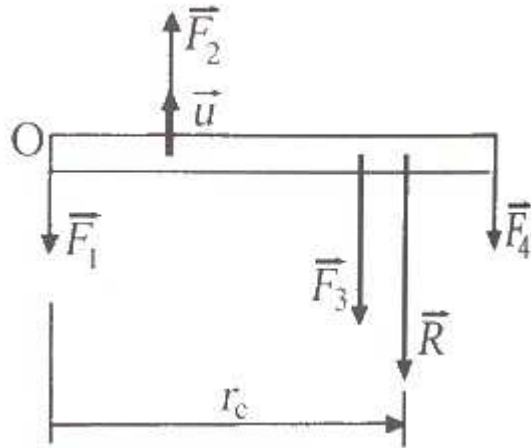
$$\begin{aligned}\vec{M} &= \vec{r} \times \vec{F}_R = \vec{r} \times (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots) \\ &= \vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 + \dots = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots\end{aligned}$$

- Konkurentne sile mogu se zamijeniti jednom silom, njihovom rezultantom, ALI kad sile nisu konkurentne, njihovo djelovanje se ne može zamijeniti njihovom rezultantom!

Djelovanje nekonkurentnih sila na kruto tijelo

Najjednostavniji primjer:

Paralelne sile



- pozitivan smjer definiramo jediničnim vektorom $\vec{u}$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = \vec{u}(F_1 + F_2 + \dots)$$

$$\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \dots = (\vec{r}_1 F_1 + \vec{r}_2 F_2 + \dots) \times \vec{u}$$

- Pomnožimo s $\frac{\sum_i F_i}{\sum_i F_i}$

$$\vec{M} = \frac{\sum_i \vec{r}_i F_i}{\sum_i F_i} \times \sum_i F_i \vec{u}$$

- Dobijemo : $\vec{M} = \vec{r}_C \times \vec{R}$; $\vec{r}_C = \frac{\sum_i \vec{r}_i F_i}{\sum_i F_i}$

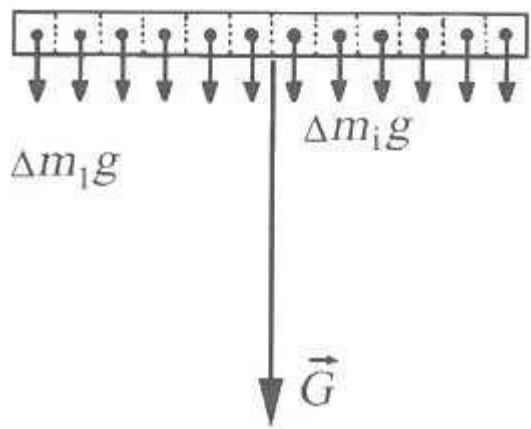
- Paralelne sile (čiji zbroj je $\neq 0$) se mogu zamijeniti rezultantom koja djeluje u točki C, određenoj s $\vec{r}_C$

Djelovanje nekonkurentnih sila na kruto tijelo

Težište

Promatramo djelovanje sile teže na tijelo.

Ukupna sila teža na tijelo je rezultanta paralelnih sila – sila teža na svaku od pojedinih čestica tijela



$$\vec{G} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \Delta m_i \vec{g}$$

S hvatištem u točki

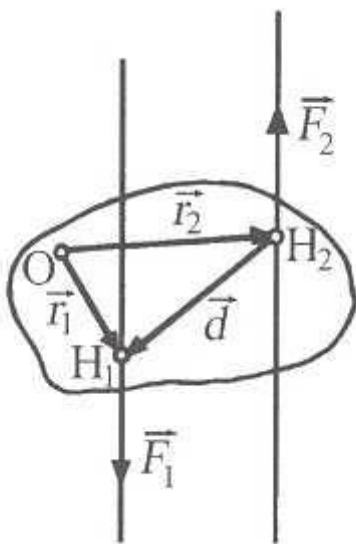
$$\vec{r}_T = \frac{\sum_i \vec{r}_i \Delta m_i g}{\sum_i \Delta m_i g} = \frac{\sum_i \vec{r}_i \Delta m_i}{\sum_i \Delta m_i} = \vec{r}_{CM}$$

Tako određeno hvatište sile zovemo **težište**

Djelovanje nekonkurentnih sila na kruto tijelo

Par sila

Što kad je zbroj paralelnih sila jednak nuli?
Postoji li tad moment sile? Poseban slučaj!



Zamijenimo ih dvjema paralelnim silama istog iznosa, a suprotnog smjera

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \rightarrow \vec{R} = 0$$

$$\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F}_1 = \vec{d} \times \vec{F}_1$$

Nema translacije, samo rotacija!

Ravnoteža krutog tijela

Djelovanje sila na kruto tijelo može proizvesti translacijsko i rotacijsko gibanje.

Uvjeti ravnoteže: $a = 0$ i $\alpha = 0$

- 1. uvjet ravnoteže:

$$\sum_i \vec{F}_i = 0$$

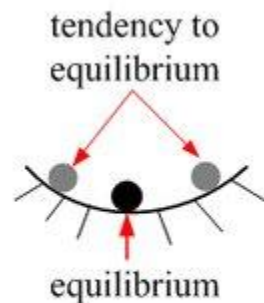
Vektorski zbroj svih vanjskih sila koje djeluju na kruto tijelo u ravnoteži = 0.

- 2. uvjet ravnoteže:

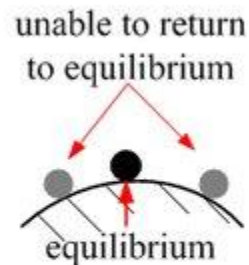
$$\sum_i \vec{M}_i = 0$$

Vektorski zbroj svih vanjskih momenata (s obzirom na bilo koju točku) što djeluju na kruto tijelo u ravnoteži = 0.

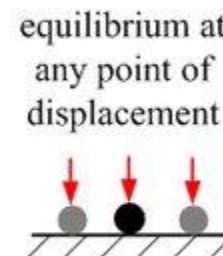
Ravnoteža krutog tijela



(a) stable equilibrium



(b) unstable equilibrium



(c) neutral equilibrium

a) Stabilna ravnoteža

Potencijalna
energija je
minimalna

b) Nestabilna ravnoteža

potencijalna
energija je
maksimalna

c) Indiferentna ravnoteža