

Fizika I

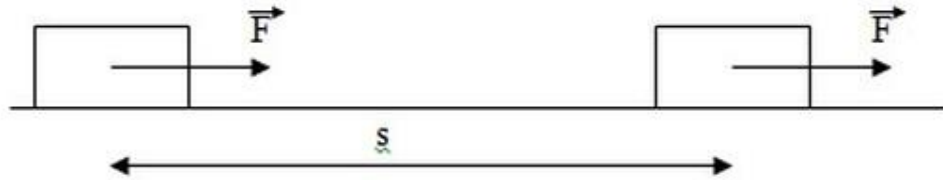
RAD I ENERGIJA

Doc. dr. sc. Iva Movre Šapić

Rad, energija i snaga

- Rad = svladavanje sile na određenom putu
- Za najjednostavniji slučaj pravocrtnog gibanja tijela pod utjecajem stalne sile koja djeluje u smjeru pravca gibanja (brzine) tijela rad je jednak umnošku sile i prijeđenog puta

$$W = Fs$$



Jedinica: džul

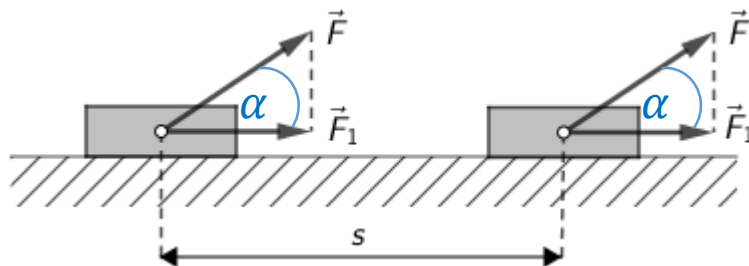
$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$$

$$\text{Također: } 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Rad

- Stalna sila djeluje na tijelo pod kutom α prema putu

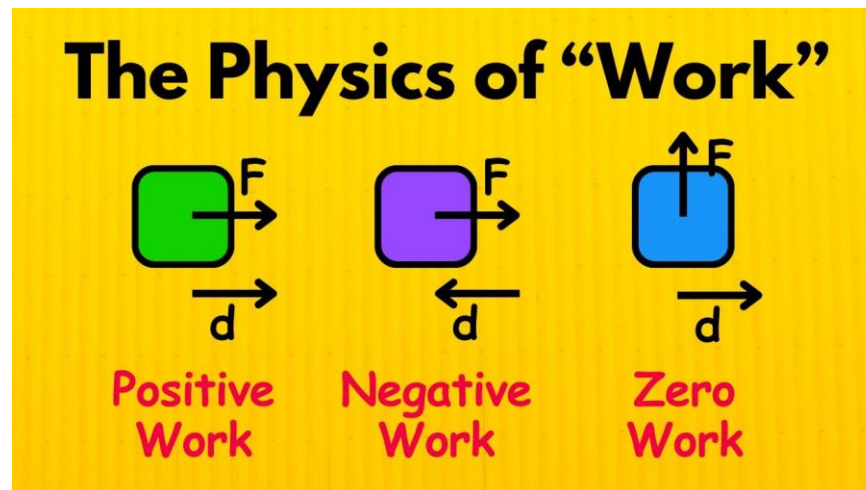


$$W = F_1 s = F s \cos \alpha$$

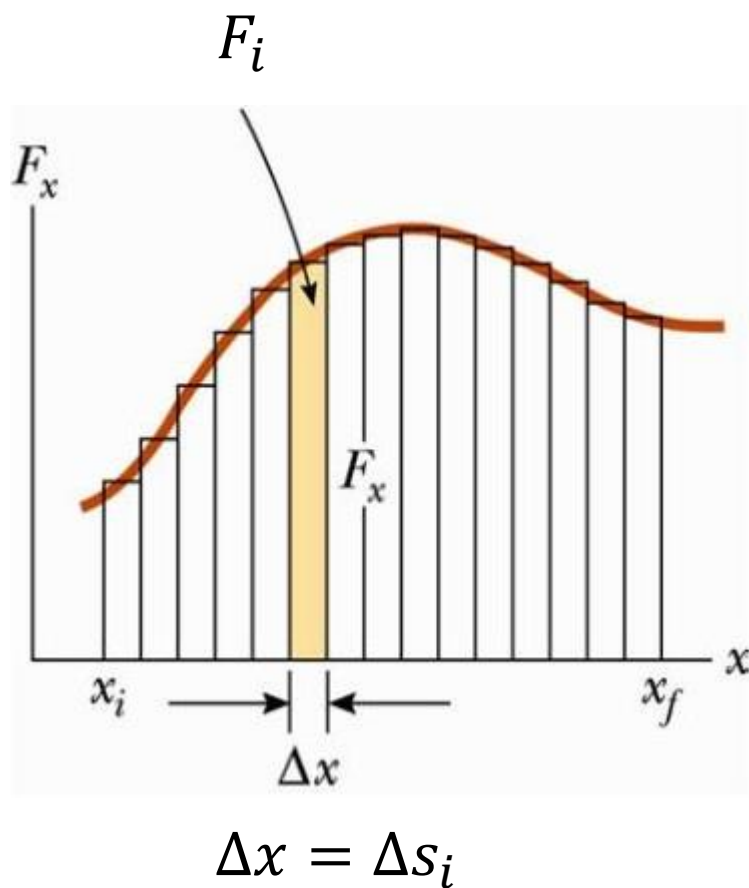
$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

SKALARNI PRODUKT!

- Rad je skalarna veličina koja može biti pozitivna ili negativna. (i nula)



Rad - sila nije stalna



- Rad za mali djelić puta $\Delta \vec{s}$:

$$\Delta W_i = \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{s}_i$$

- Ukupni rad dobijemo zbrajanjem svih radova ΔW_i kad širina svih intervala $\Delta \vec{s}_i$ ide u nulu:

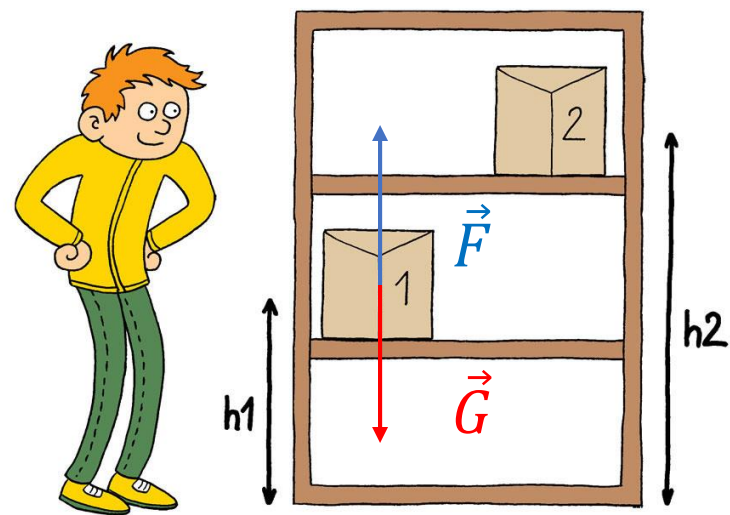
$$W = \lim_{\substack{\Delta s_i \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}} \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{s}_i = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

- Rad je linijski integral sile uzduž staze od početne (A) do krajnje točke (B).

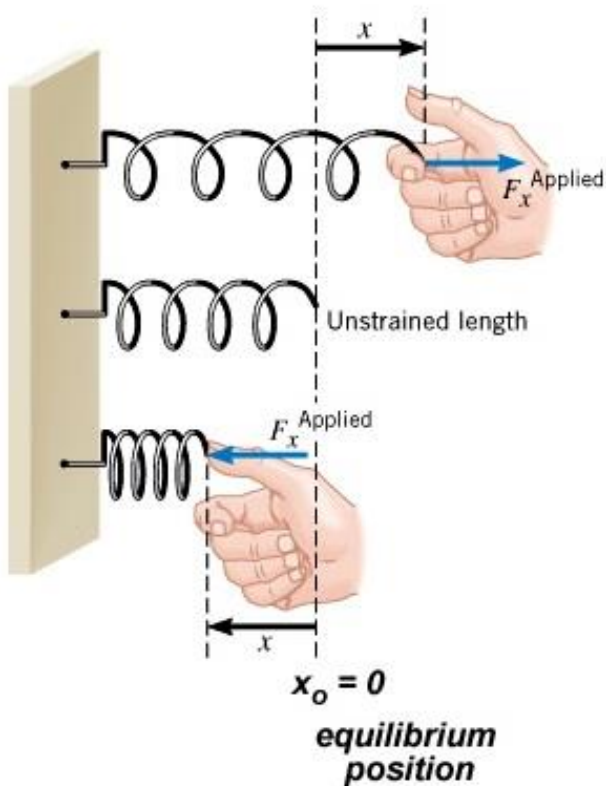
Rad pri podizanju tijela

- Želimo podići tijelo mase m za visinu h
- Moramo savladati silu težu $G = mg$
- Tijelo podižemo konstantnom brzinom (nema ubrzanja) pa je sila kojom dižemo tijelo, F , jednaka po iznosu (ali suprotnog smjera) od sile teže mg
- Vanjska sila F u smjeru pomaka – rad je pozitivan

$$W = Fs = mgh$$



Rad pri rastezanju opruge



- Sila nije stalna!
- Hookeov zakon: $F_{el} = -ks$; ($s = x$ na slici)
- k – konstanta opruge; $s = \Delta l = l - l_0$ produljenje
- Primijenimo jednaku, ali suprotnu silu, $F = ks$.
- Rad za rastezanje opruge iz položaja ravnoteže za elongaciju s jednak je:

$$W = \int_0^s F ds = \int_0^s ks ds = \frac{1}{2} ks^2$$

- Rad elastične opruge: $-\frac{1}{2} ks^2$ jer je sila opruge uvijek suprotna pomaku.

Energija

= sposobnost tijela da obavlja rad

Mjerna jedinica rada i energije je jednaka, J

Oblici energije:

- Mehanička: kinetička i potencijalna,
- električna,
- termalna (unutarnja),
- kemijska,
- solarna,
- nuklearna...

Energija može prelaziti iz jednog oblika u drugi, ali se ne može ni stvoriti niti uništiti.

Kinetička energija

= Sposobnost tijela da mogu izvršiti rad zbog toga što imaju određenu brzinu.

- Rad potreban da bi sila F ubrzala tijelo mase m na putu s , iz mirovanja ($v = 0$) do brzine v :

$$W = \int F \, ds = \int ma \, ds = \int m \frac{dv}{dt} ds = m \int \frac{dv}{dt} v dt = m \int_0^v v \, dv = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2} \quad \text{Kinetička energija}$$

- Općenito, ako sila F ubrzava tijelo od početne brzine v_1 do konačne brzine v_2 potreban rad je:

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F \, ds = m \int_{v_1}^{v_2} v \, dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

- Promjena kinetičke energije jednaka je izvršenom radu: $W = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k$

Potencijalna energija

- dolazi zbog položaja tijela prema drugim tijelima
- gravitacijska, elastična, elektrostatska, magnetska

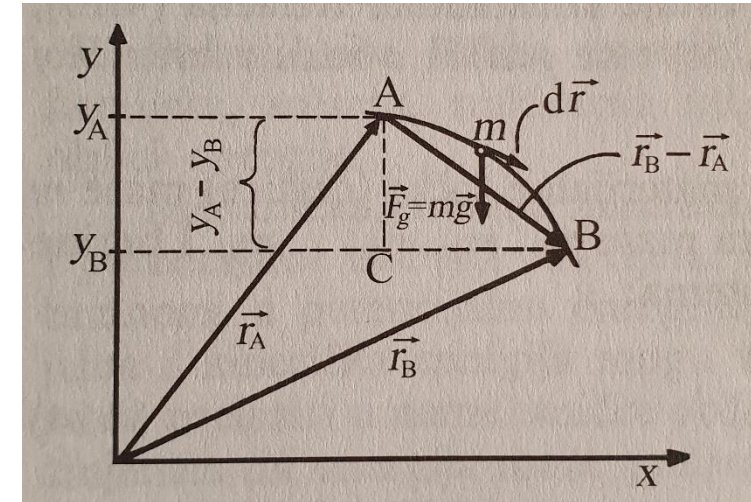
Gravitacijska potencijalna energija

- Pretpostavimo da se čestica mase m pomiče u homogenom polju sile teže od točke A do točke B. Pomakne li se čestica za diferencijal puta ds , rad sile teže ($\vec{F}_g = m\vec{g}$) je:

$$dW = \vec{F}_g \cdot d\vec{s} = \vec{F}_g \cdot d\vec{r}$$

- Rad sile teže na ukupnom putu od A do B :

$$W = \int_A^B \vec{F}_g \cdot d\vec{r} = m\vec{g} \int_A^B d\vec{r} = m\vec{g}(\vec{r}_B - \vec{r}_A)$$



Gravitacijska potencijalna energija

$$\vec{F}_g = m\vec{g} = -mg\vec{j} \quad i \quad \vec{j} \cdot (\vec{r}_B - \vec{r}_A) = y_B - y_A$$

$$W = -(mgy_B - mgy_A)$$

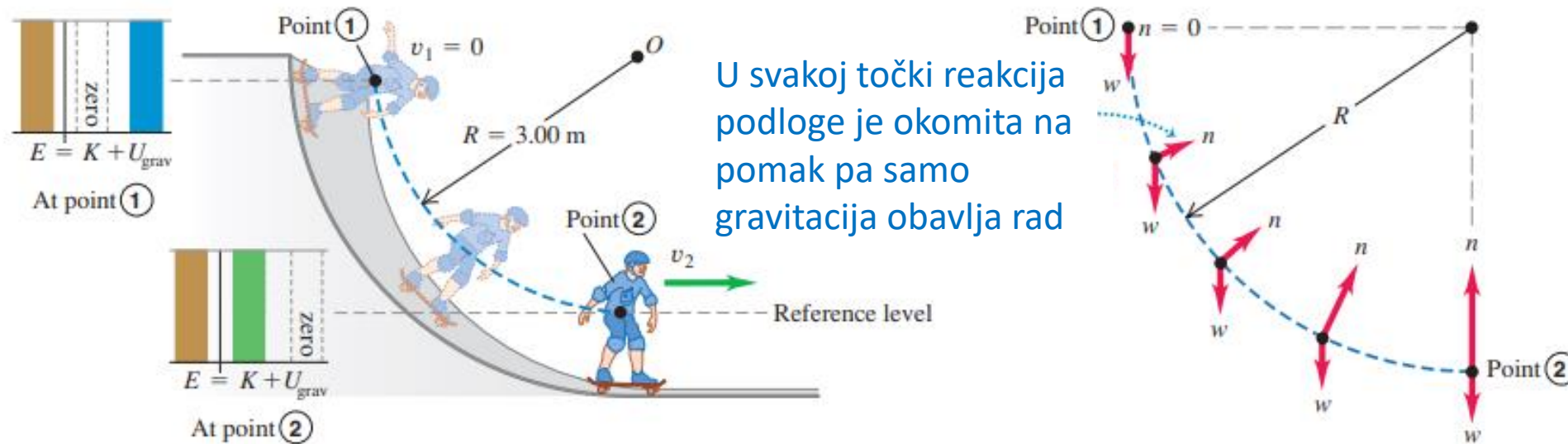
- Rad sile teže jednak je razlici dviju funkcija položaja.
- Funkcija mgy zove se *gravitacijska potencijalna energija* tijela na visini y : $E_p = mgy$.

$$W = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$$

- Kinetička energija - uvijek pozitivna!
- Potencijalna energija može biti i pozitivna i negativna!
- Uvijek gledamo razliku pot. energije - proizvoljnost odabira referentne razine ($E_p = 0$)!

Primjer – rad gravitacijske sile

- Zanemarivo trenje



Konzervativne sile

- Rad sile teže ne ovisi o obliku puta već samo o početnom i krajnjem položaju tijela.
- Sila kojoj rad ne ovisi o putu već samo o početnoj i krajnjoj točki zove se **konzervativna sila**. To su još i elastična i Coulombova sila.
- To znači da je rad konzervativne sile po zatvorenom putu 0:

$$\oint \vec{F}_k \cdot d\vec{s} = 0$$

- Ako rad sile između dvije točke ovisi o putu, te sile su **nekonzervativne sile** ili **disipativne sile**. Npr. trenje, otpor zraka... Što je duži put, rad je veći!
- Rad disipativnih sila po zatvorenom putu je različit od nule!

Konzervativne sile

- Kada na tijelo djeluje konzervativna sila, tada svakom položaju tijela možemo pridijeliti određenu potencijalnu energiju. Rad svake konzervativne sile možemo izraziti razlikom potencijalnih energija.

$$dW = -dE_p$$

$$F_k ds = -dE_p \quad \rightarrow \quad F_k = -\frac{dE_p}{ds}$$

$$\vec{F} = -\operatorname{grad} E_p$$

- Vektor gradijenta!
- Kažemo da je sila negativni gradijent potencijalne energije.

Potencijalna energija opruge (harmoničke sile)

- Rad vanjske sile za rastezanje opruge iz položaja ravnoteže za elongaciju s jednak je:

$$W = \frac{1}{2} k s^2$$

- Rad *opruge* jednak je radu vanjske sile, s negativnim predznakom

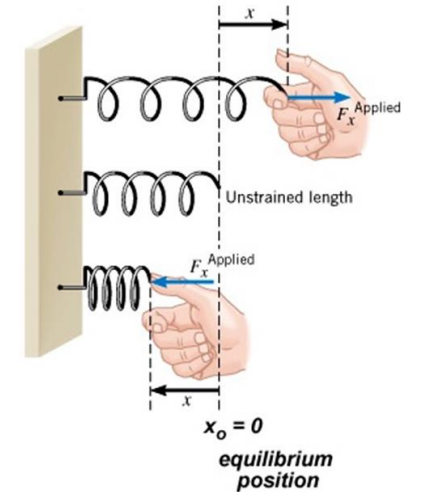
$$W_{op} = -\frac{1}{2} k s^2$$

- Odnosno rad sile opruge pri pomaku tijela iz položaja s_1 u s_2 :

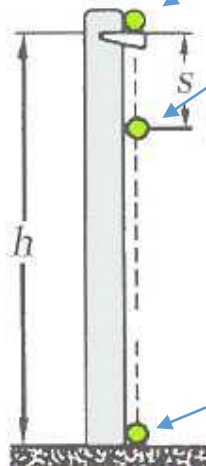
$$W_{op} = \int_{s_1}^{s_2} F ds = - \int_{s_1}^{s_2} k s ds = \frac{1}{2} k s_1^2 - \frac{1}{2} k s_2^2 = E_p(s_1) - E_p(s_2)$$

- Dogovor: potencijalna energija je u ravnotežnom položaju 0!
- Potencijalna energija elastične sile opruge za elongaciju s :

$$E_p(s) = \frac{1}{2} k s^2$$



Zakon očuvanja energije



- Na vrhu: $E_p = mgh$; $E_k = 0$; $E = E_k + E_p = mgh$

- Slobodni pad, nakon puta s:

$$E_p = mg(h - s); \quad E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\sqrt{2gs}^2;$$

$$E = mg(h - s) + \frac{1}{2}m 2gs = mgh$$

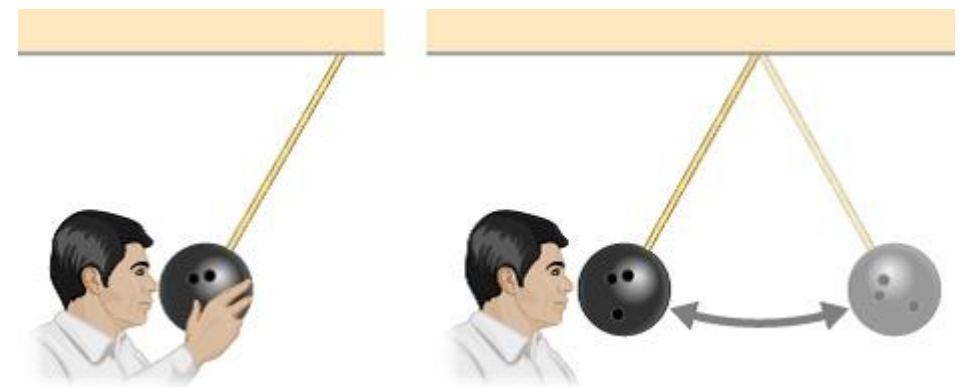
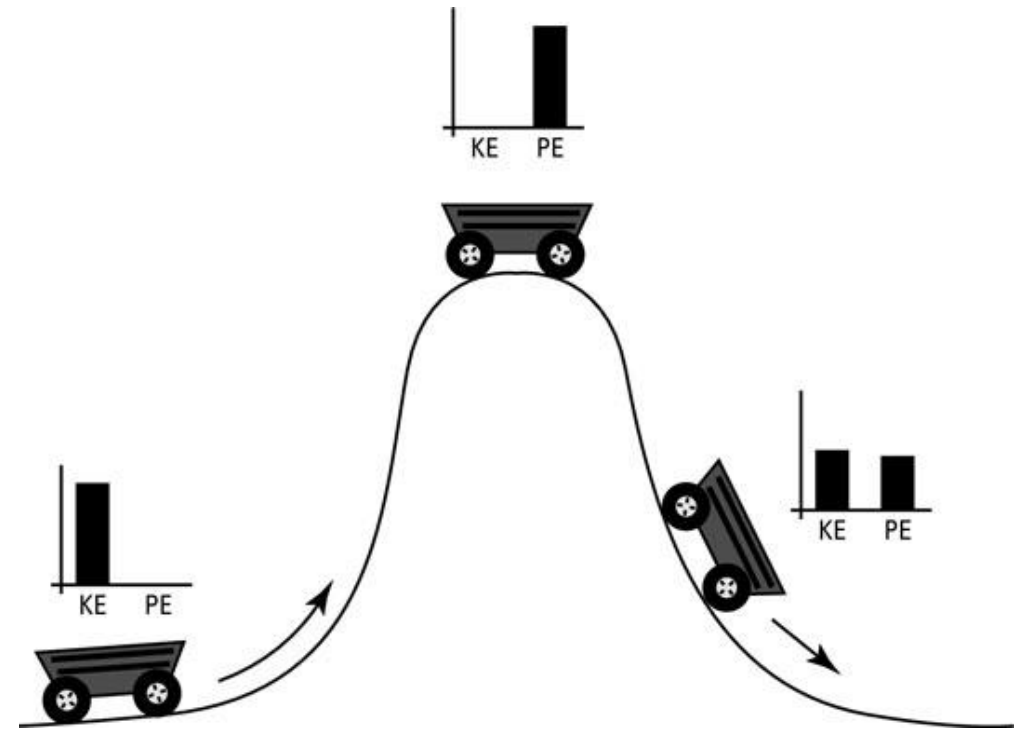
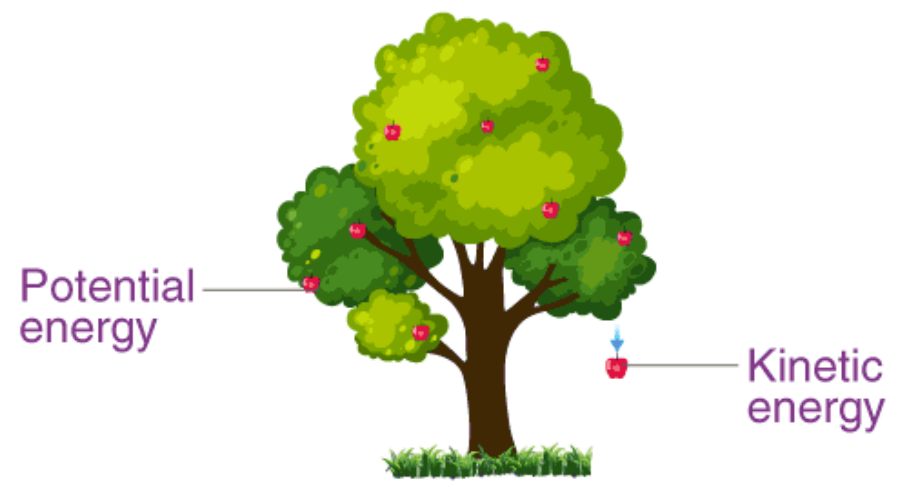
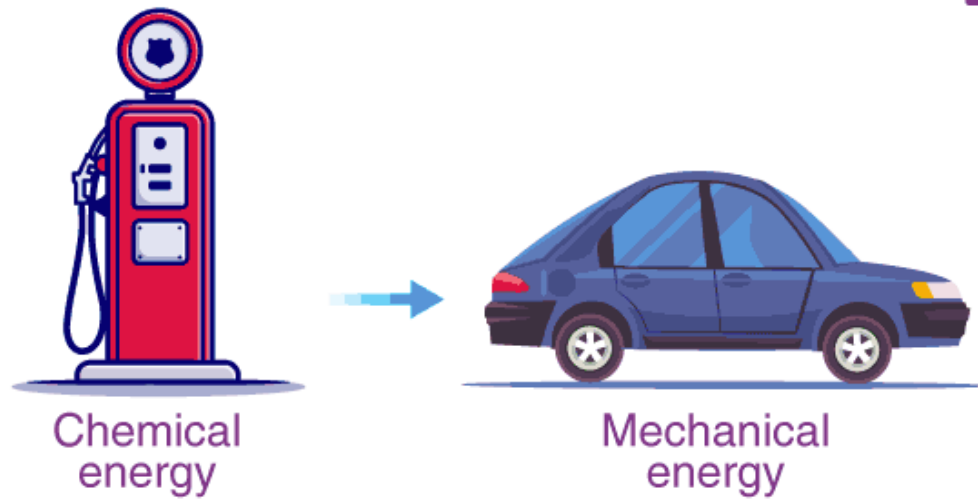
- U trenutku kad tijelo padne o tlo:

$$E_p = 0; \quad E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\sqrt{2gh}^2 = mgh; \quad E = mgh$$

- Ukupna energija je u svakoj točki putanje konstantna!

$$E_k + E_p = \textit{konst.}$$

- Ukupna energija je očuvana!



Snaga

- Snaga je brzina obavljanja rada, odnosno brzina prijenosa energije.

$$\overline{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

- Jedinica za snagu: 1 vat (1W); $1\text{W} = 1\text{J} / 1\text{s}$
- Trenutna vrijednost snage:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \overline{P} = \frac{dW}{dt}$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = \vec{F} \cdot \vec{v} dt$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv \cos \alpha$$

α - kut između smjera sile i smjera brzine tijela.

The metric horsepower

1 hp = 735.5 watts

