

Fizika I

DINAMIKA ČESTICE

Doc. dr. sc. Iva Movre Šapić

Dinamika čestice

- Opisali smo različite vrste gibanja:
 - Jednoliko pravocrtno i jednoliko ubrzano,
 - Jednoliko kružno i jednoliko ubrzano kružno...

Zbog čega se tijela gibaju na određeni način?

Što je uzrok promjeni gibanja?

Gibanja su posljedica međudjelovanja (interakcije).

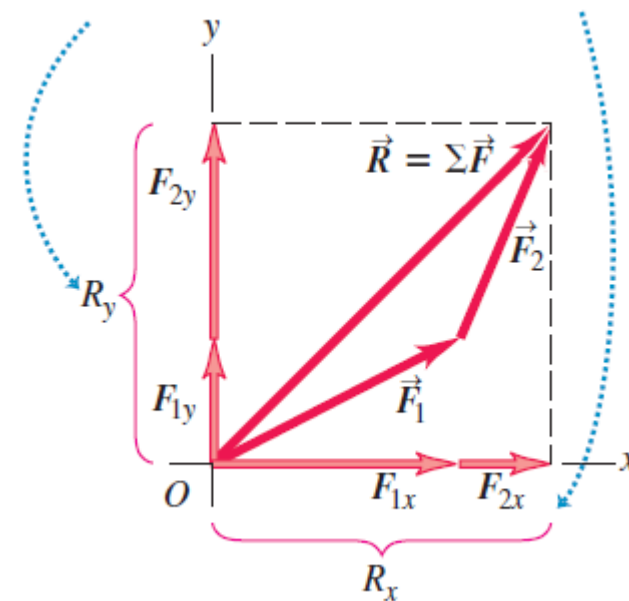
SILA

- Sila je interakcija između dva tijela ili između tijela i okoline.
- Sila je **vektorska veličina**.
- Ako djeluje **više sila istodobno**, one se **vektorski zbrajaju**.
- **Rezultanta** svih sila određuje način gibanja čestice.
- Rezultanta može biti **različita od nule** ili **jednaka nuli**.

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

y komponenta
rezultantne sile

x komponenta
rezultantne sile



- https://phet.colorado.edu/sims/html/forces-and-motion-basics/latest/forces-and-motion-basics_hr.html

Zakoni gibanja

- Tri temeljna zakona gibanja: **Newtonovi zakoni (aksiomi)**

1. **Zakon inercije (ustrajnosti)**
2. **Veza sile i akceleracije**
3. **Zakon akcije i reakcije**

Određuju ponašanje tijela u ovisnosti o silama

- Isaac Newton (1642.-1727.)

1. Newtonov zakon – zakon inercije



Tijelo ostaje u stanju mirovanja ili jednolikoga gibanja na pravcu ako na njega ne djeluju sile ili je rezultanta svih sila jednaka nuli!

To nam opisuje **slobodnu česticu**.

$$\vec{v} = \textit{konst.}$$

$$\vec{F} = 0 \quad \textit{ili} \quad \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \quad \vec{a} = 0$$

Položaj tijela i njegovu brzinu određujemo s obzirom na neko drugo tijelo. Sustav vezan uz to tijelo nazivamo **referentni sustav**.

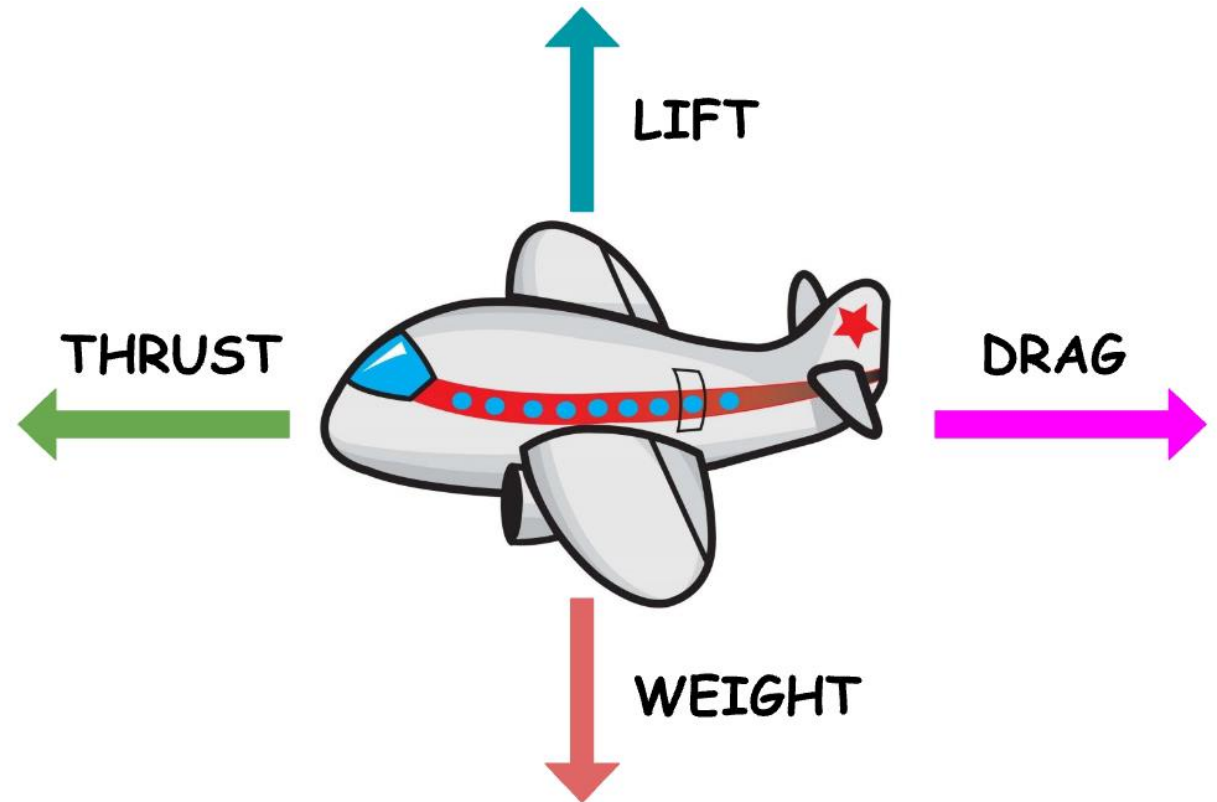
Inercijski sustav je sustav koji miruje ili se jednoliko giba. U stvarnosti imamo približno inercijske sustave (sustav vezan za Zemlju – laboratorijski sustav)

Prvi Newtonov zakon vrijedi samo u inercijskim sustavima.
- ne vrijedi u ubrzanim sustavima

Sile na zrakoplov

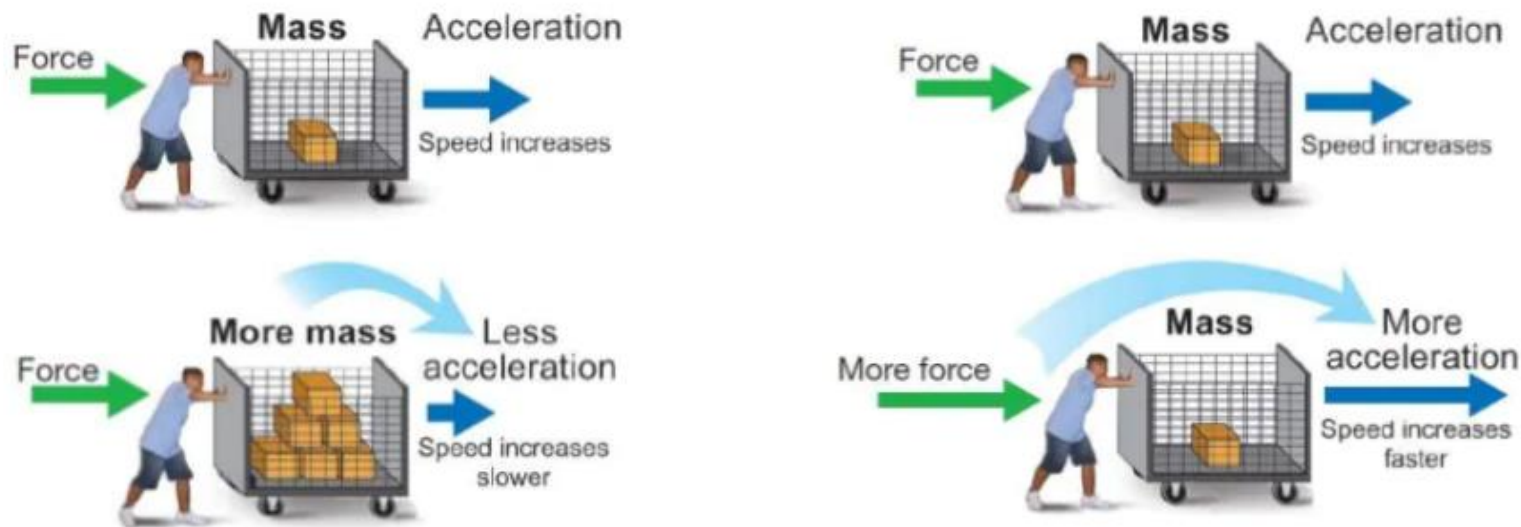
Četiri sile:

- **Težina**
(prema dolje, gravitacija)
- **Uzgon**
(prema gore, tlakovi u fluidu, oblik krila)
- **Potisak**
(prema naprijed, motor, propeler)
- **Otpor**
(prema natrag, vjetar)



- Vektorski zbroj sila je nula!
- Gibanje je jednoliko po pravcu.

2. Newtonov zakon – jednađba gibanja



Tijelo na koje djeluje ukupna sila F dobiva akceleraciju a koja je razmjerna sili, a obrnuto razmjerna masi m tijela

$$a = F/m$$

$$\mathbf{F = ma}$$

- Sila djeluje na tijelo:

$$\vec{F} \neq 0 \quad ili \quad \vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \neq 0$$

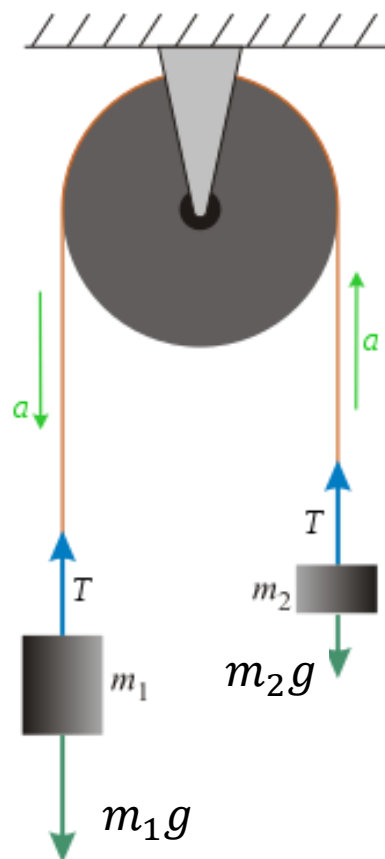
- Pod djelovanjem sile, tijelo mijenja stanje gibanja, **dobiva akceleraciju**.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

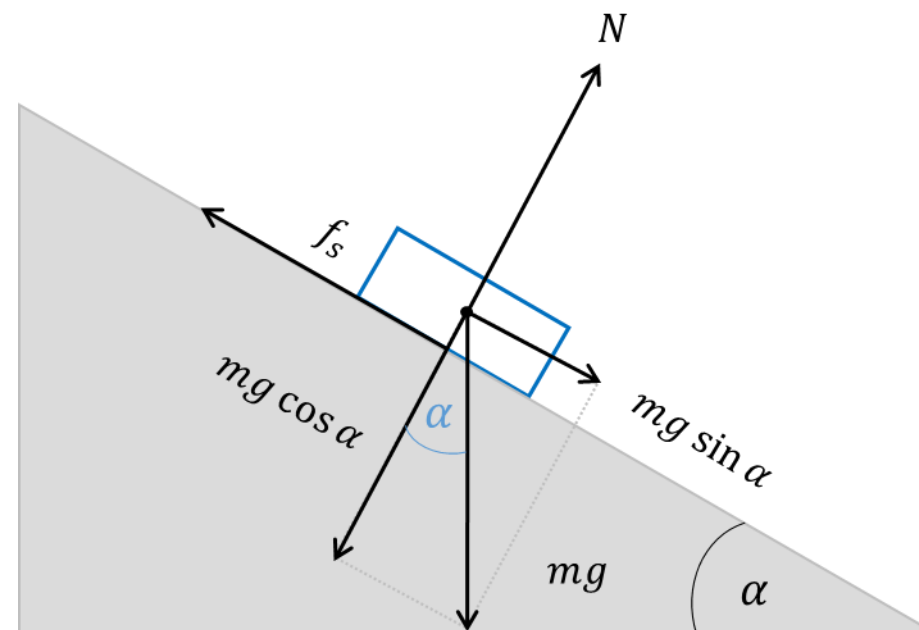
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- Masa ***m*** je mjera tromosti tijela.
- Drugi Newtonov zakon predstavlja **jednadžbu gibanja**. Ukoliko znamo sve sile koje na tijelo djeluju, možemo odrediti **ubrzanje**, **brzinu** i **položaj** tijela u svakom idućem trenutku.

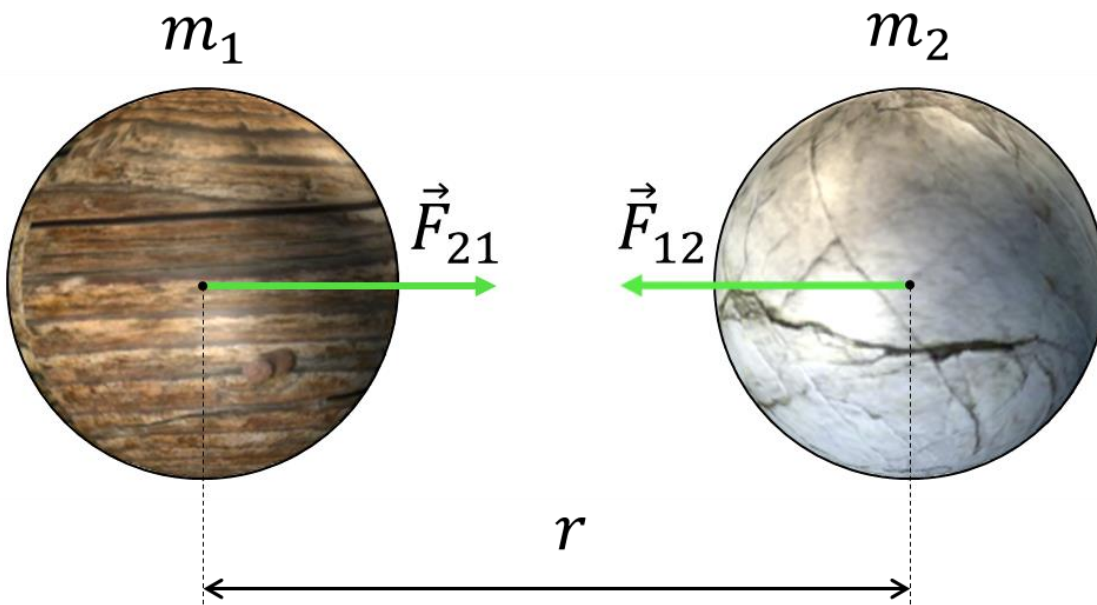
Atwoodov uređaj



Kosina rastavljanje sila



3. Newtonov zakon – zakon akcije i reakcije



Svakoj sili javlja se protusila jednaka po iznosu, a suprotna po smjeru (te se sile ne poništavaju!)

$$\vec{F}_{12} = - \vec{F}_{21}$$

Količina gibanja (zalet)

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

2. Newtonov zakon može se napisati pomoću količine gibanja

$$d\vec{p} = m d\vec{v} = d(m\vec{v})$$

konstantna masa

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

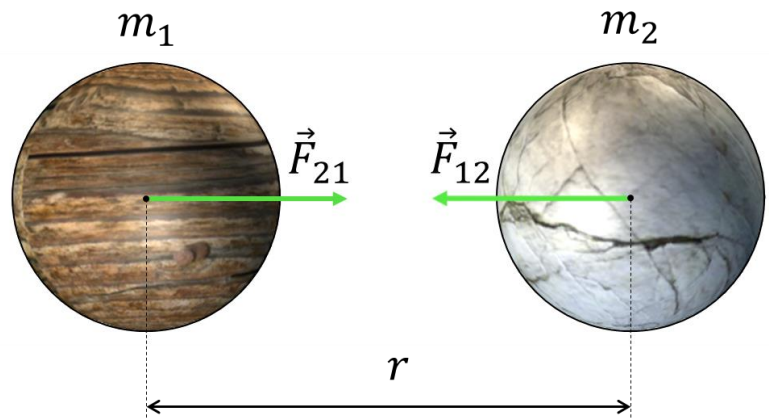
$$\vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

Općenitiji zapis 2. NZ jer vrijedi i za slučajeve kad se mijenja masa tijela

Zakon očuvanja količine gibanja

3. Newtonov zakon:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$$

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = 0$$

$$\vec{F}_{21} = \frac{d\vec{p}_1}{dt} \quad \vec{F}_{12} = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0 \quad \text{Zatvoreni sustav}$$

Ukupna količina gibanja zatvorenog sustava je konstantna.

Impuls sile

da bismo opisali djelovanje sile na tijelo uvodimo *impuls sile*:

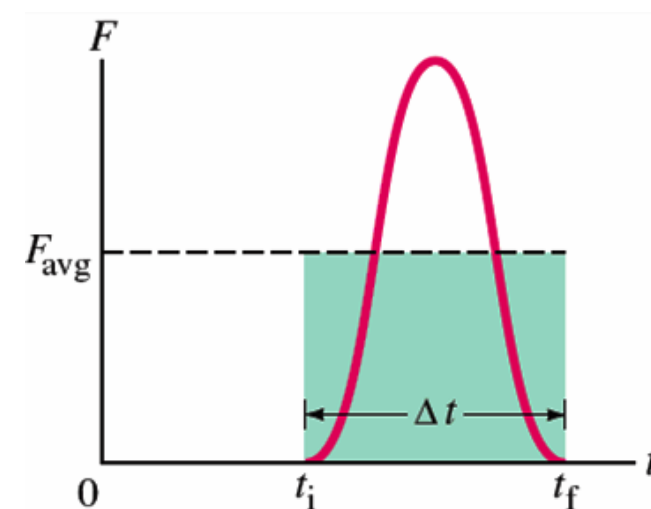
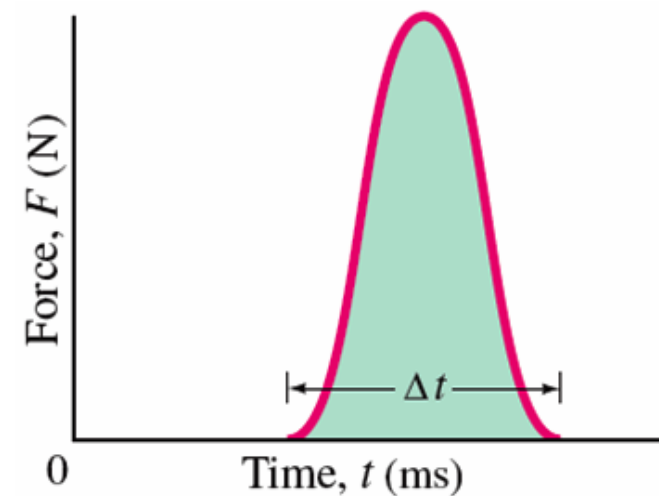
$$\vec{I} = \vec{F} \Delta t$$

ili

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) dt$$

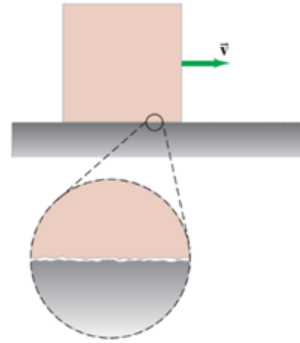
Impuls sile = promjeni količine gibanja

$$\vec{I} = \Delta \vec{p}$$



Trenje

- Trenje je uvijek prisutno kad imamo dvije površine u kontaktu

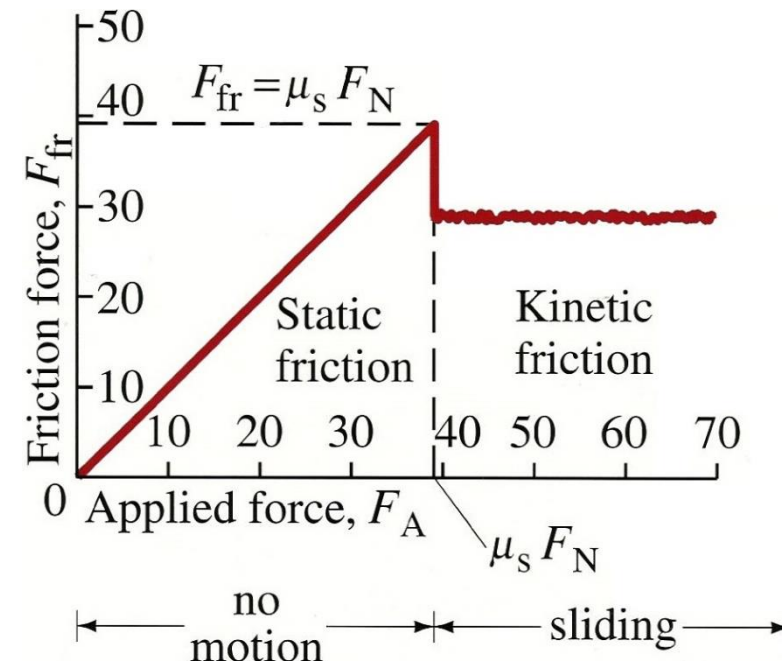
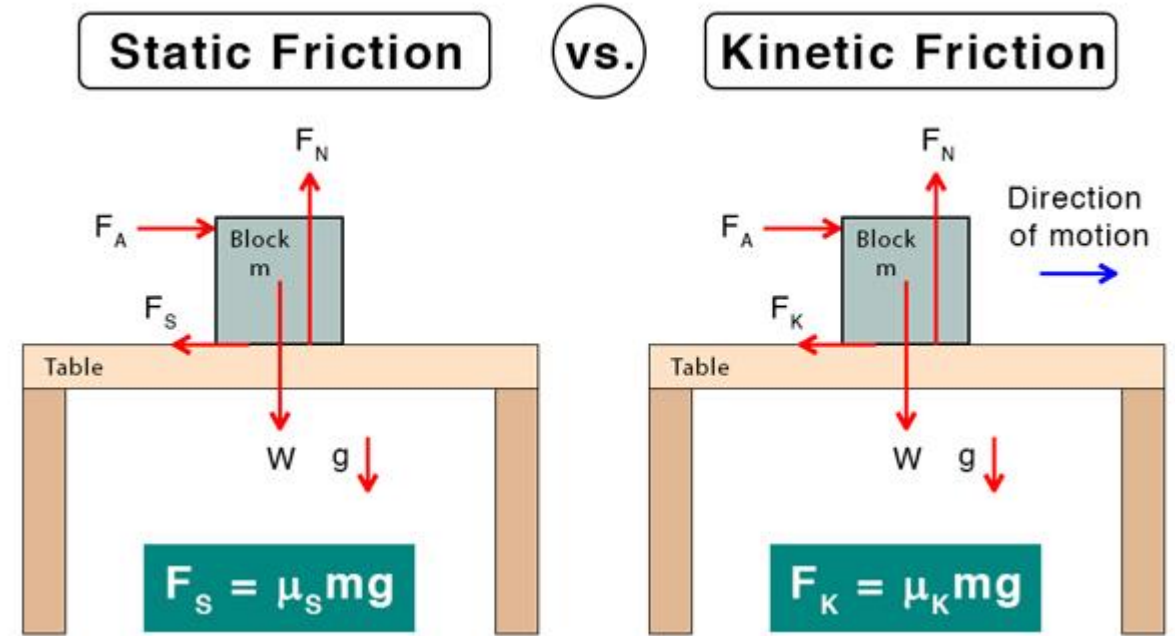


- Imamo dvije vrste trenja:
 - Statičko trenje (trenje mirovanja)
 - Kinetičko trenje (trenje gibanja)

$$F_{\text{tr}} \equiv \mu_k F_N \quad (\text{iznosi sila})$$

F_N - sila reakcije podloge

$$\mu_s > \mu_k \Rightarrow F_{\text{tr}} (\text{max, stat}) > F_{\text{tr}} (\text{kin})$$



Centripetalna sila

- Tijelo se ne giba pravocrtno → 1. NZ ne vrijedi - sila na tijelo $\neq 0$
- Promjena smjera brzine → postoji centripetalna akceleracija
- 2. NZ → Imamo centripetalnu silu

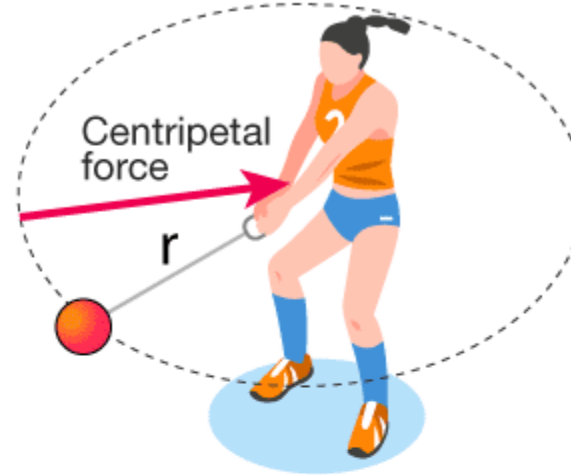
$$F_{cp} = ma_r = m\omega^2 r = m \frac{v^2}{r}$$

$$\vec{F}_{cp} = -m\omega^2 \vec{r}$$

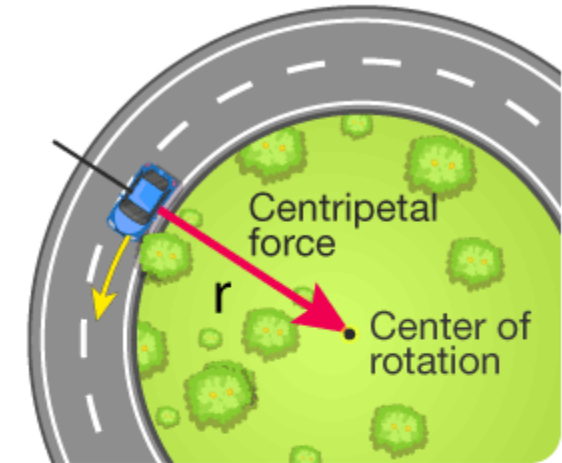
- Centripetalna sila je ukupna sila koja je potrebna da bi se tijelo mase m gibalo brzinom v po kružnoj putanji polumjera r . Ona je uvijek usmjerena prema središtu kružnice.

Centripetalna sila

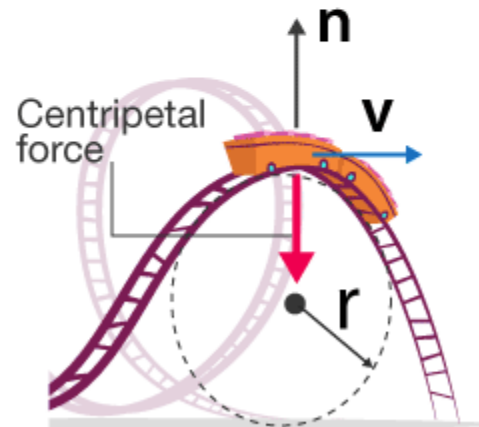
- Centripetalna sila **nije** nova vrsta sile, već poseban **naziv** za **svaku silu koja mijenja smjer brzine** i čini da se tijelo giba po krivocrtnoj putanji.



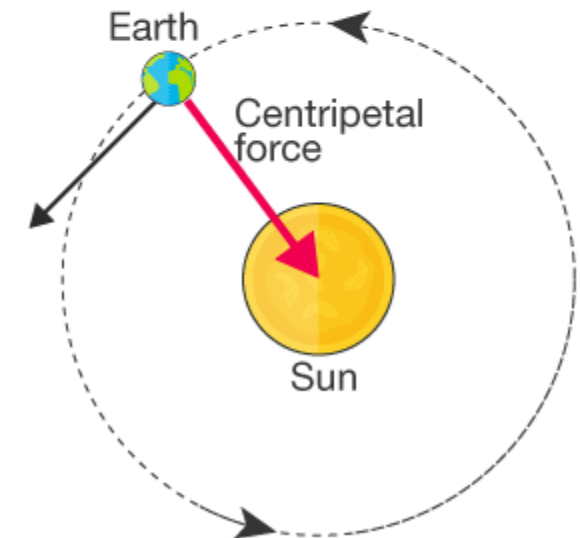
(a) Spinning a ball on a string or twirling a lasso



(b) Turning a car



(c) Going through a loop on a roller coaster



(d) Planets orbiting around the Sun

Masa i težina

- Masa je svojstvo svakog tijela koje određuje njegovo ponašanje pri djelovanju sile: što je masa tijela veća, ono je tromije, teže ga je ubrzati ili usporiti, tj. promijeniti mu stanje gibanja.
- Tijelo se opire promjeni stanja svojega gibanja. Svojstvo tijela da održava svoje stanje gibanja (odnosno, u posebnom slučaju, mirovanja) zovemo ustrajnost, tromost ili inercija.
- Masa je kvantitativna mjera tromosti tijela.
- Težina (sila teža) je sila koja djeluje na svako tijelo koje se nalazi na Zemljinoj površini. Razmjerna je masi tijela, m , i može se pisati kao

$$\vec{F}_g = \vec{G} = m\vec{g}$$

- $\vec{g}$ – akceleracija sile teže; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Masa i težina

- Masa i težina su dvije različite veličine: masa je osobina tijela i iskazuje se jedinicom kilogram, a težina je sila i njezina mjerna jedinica je njutn!
- Masa tijela kojom je određena težina tijela se naziva teška masa, za razliku od tromе mase koja se pojavljuje u 2. Newtonovom zakonu. Sva dosadašnja mjerenja upućuju na to da su teška i troma masa jednake, pa se mogu pokratiti u jednadžbi gibanja:

$$m\vec{a} = m\vec{g}$$

- Masa nekog tijela ovisi o njegovu volumenu i o materijalu od kojeg je tijelo napravljeno. Materijal karakterizira *gustoća*

$$\rho = \frac{m}{V}$$

- Vrijedi samo za homogena tijela.

Dinamika sustava materijalnih točaka – čestica

- Sustav od n čestica mase m_i i položaja $\vec{r}_i$:

Karakteriziraju ga:

- UKUPNA MASA:

$$M = \sum_{i=1}^n m_i$$

- POLOŽAJ CENTRA MASE:

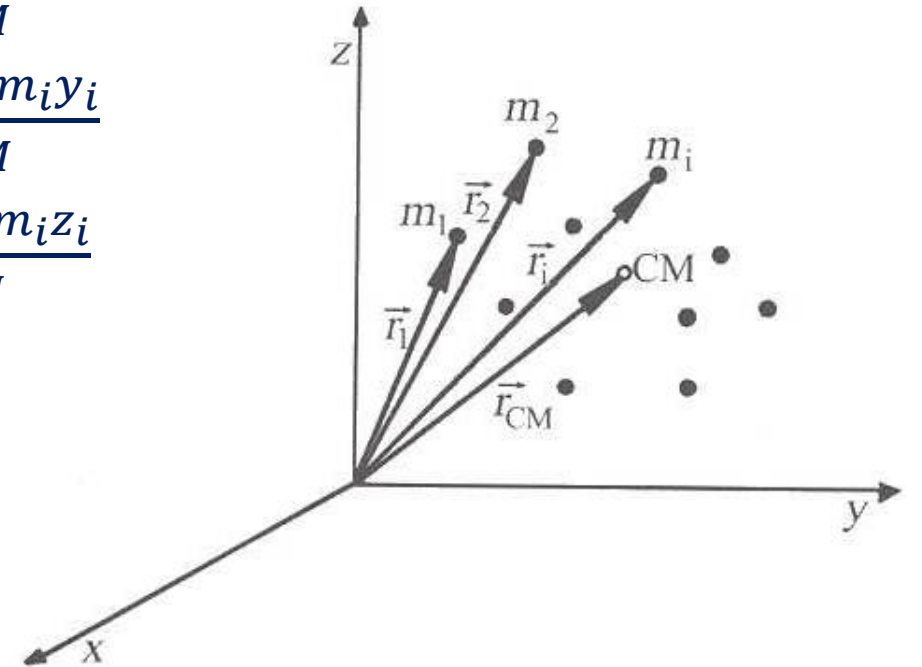
$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{M}$$

- Komponente u pravokutnom koordinatnom sustavu:

$$x_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{M}$$

$$y_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{M}$$

$$z_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{M}$$



JEDNADŽBA GIBANJA ZA SUSTAV MNOŠTVA ČESTICA

- 2. Newtonov zakon za česticu i :

$$m_i \vec{a}_i = \vec{F}_{vi} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \vec{F}_{i,j}$$

- $\vec{F}_{vi}$ – vanjske sile
- $\vec{F}_{i,j}$ – unutarnje sile – među česticama i i j

Zbrojimo za sve čestice:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{vi} + \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n \vec{F}_{i,j}$$

- Treći Newtonov zakon:

$$\sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n \vec{F}_{i,j} = 0$$

- Ostaje :

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{vi}$$

- Akceleraciju možemo raspisati kao

$$\vec{a}_i = \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2}$$
$$\frac{d^2}{dt^2} \sum_{i=1}^n [m_i \vec{r}_i] = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{vi}$$

JEDNADŽBA GIBANJA ZA SUSTAV MNOŠTVA ČESTICA

- Ako podijelimo s ukupnom masom M , a umjesto sume po svim vanjskim silama stavimo $\vec{F}_v$, ukupnu vanjsku silu, dobijemo:

$$\frac{d^2}{dt^2} \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{M} = \frac{1}{M} \vec{F}_v$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \vec{F}_v$$

$$\vec{F}_v = M \vec{a}_{CM}$$

- 2. Newtonov zakon za česticu mase M na koju djeluje sila $\vec{F}_v$!
- Sustav čestica ponaša se kao da je sva masa smještena u jednoj točki – centru masa!

Primjer : CM ide po paraboli

