



Sveučilište u Zagrebu
Fakultet kemijskog
inženjerstva i tehnologije



3. OSNOVE MEHANIKE DEFORMABILNIH TIJELA

- za internu uporabu

prof. dr. sc. Veljko Filipan

Zavod za termodinamiku, strojarstvo i energetiku

Mehanika deformabilnih tijela

Mehanika deformabilnih tijela

- grana primijenjene mehanike
- proučava mehaničko ponašanje realnih čvrstih, tj. deformabilnih tijela

Uvod – drugi nazivi

- Mehanika čvrstih tijela
- Mehanika deformabilnih čvrstih tijela
- Otpornost materijala
- Nauka o čvrstoći
- EN - Strenght of materials
- D - Festigkeitslehre
- R - Soprotivlenie materialov

Uvod – pristupi

- proučavanje otpornosti samih materijala ili
- **otpornosti elemenata realnih konstrukcija i to**
 - **čvrstoće (otpornost prema lomu),**
 - **krutosti (otpornosti prema deformiranju)**
 - **elastične stabilnosti (otpornosti prema gubitku prvobitnog ravnotežnog oblika i/ili položaja)**
- mi preferiramo ovaj drugi pristup

Uvod – povijesni razvoj

- vezan je uz povijesni razvoj materijalne kulture č.
- Stari vijek: Egipćani, Kinezi, Grci, Rimljani, Maje
velike građevine: hramovi, piramide, mostovi,
brodovi, ratne naprave, ... - principi građenja
uspješno korišteni, danas nepoznato (zaboravljeni)
- Početkom novog vijeka - omogućen razvoj MDT
- stečena osnovna znanja o mehaničkim
svojstvima konstrukcijskih materijala,
- nagli napredak matematike

Najznačajniji znanstvenici i doprinos

- Leonardo da Vinci (1452.-1519.) - ispitivanje čvrstoće žice, greda i stupova
- Galileo Galilei (1564.-1642.) - sustavna analitička i eksp. istraživanja meh. svojstava elemenata konstrukcija
- Robert Hooke (1635.-1703.) – utvrdio linearnu ovisnost opterećenja i deformacija (Hookeov zakon)
- T. Young (1773.-1829.) – mat. formul. Hookeovog zakona – uveo pojam modula elastičnosti (Youngov modul)
- S. D. Poisson (1781.-1840.) uveo pojam omjera uzdužne i poprečne deformacije (Poissonov koeficijent)

Najznačajniji znanstvenici i doprinos

- L. Euler (1707.-1783.). – bavio se savijanjem nosača, dao izraz za kritičnu silu izvijanja
- C. A. Coulomb (1736.-1806.) - uveo pojam klizanja kod opterećenja na smik (modul smičnosti = Coulombov m.)
- M. H. Navier (1785.-1836.) - rješenje problema savijanja prizmatičnih štapova, formuirao opće jednađbe ravnoteže dao opći pristup rješavanju statički neodređenih zadataka
- A. L. Cauchy (1789.-1857.) - definirao prostorno stanje naprezanja, postavio temelje mat. teoriji elastičnosti
- A. B. de Saint Venant J. C. (1797.-1886.) – riješio uvijanje neokruglih štapova, formuirao poznati St.Venatov princip

Najznačajniji znanstvenici i doprinos

- J. C. Maxwell (1831.-1879.) - dao poučak o recipročnosti uplivnih koeficijenata, razvoj teorije viskoelastičnosti
- C. A. Castigliano (1847.-1884.) uveo je energijske metode rješavanja problema u MDT
- R. Hertz (1857.-1894.) - dao doprinos određivanju tlaka na mjestu dodira dvaju tijela
- O. Mohr - 1895. grafički postupak – Mohrova kružnica
- A. Wöhler - dinamičku čvrstoću – Wöhlerova krivulja
- S. P. Timošenko (1878.-1972.) - razvoj teorije elastičnosti
- I. Alfirević, FSB; V. Šimić, GF; J. Brnić, TF Rijeka, Z. Vnućec, SF Slavonski Brod – literatura MDT na HR j.

Uvod – područje rada 1

- MDT - razrađuje inženjerske metode proračuna dijelova konstrukcija i strojeva te jednostavnijih konstrukcijskih cjelina
 - s aspekta čvrstoće, krutosti i stabilnosti
 - s ciljem da u radu imaju potrebnu sigurnost (pouzdanost) i trajnost, odn. optimalnu učinkovitost

Uvod - područje rada 2

- MDT određuje odnose između vanjskih sila (sve aktivne i reaktivne sile) i rezultirajućih unutarnjih sila i deformacija elementa konstr.
- Iznalazi povoljne oblike presjeka da bi uz što manji utrošak materijala bili zadovoljeni uvjeti čvrstoće, krutosti i stabilnosti pri zadanom opterećenju

Uvod - osnovni pojmovi 1

čvrstoća

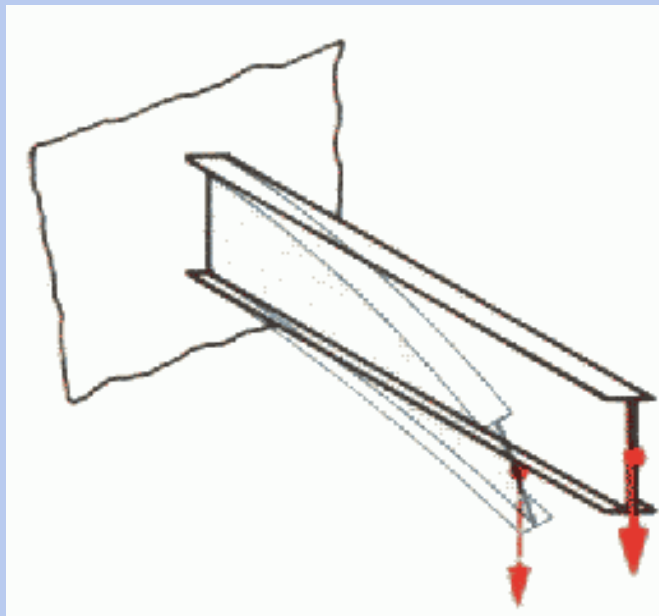
- Otpornost prema pojavi loma, trajnih plastičnih deformacija ili oštećenja



Uvod - osnovni pojmovi 2

krutost

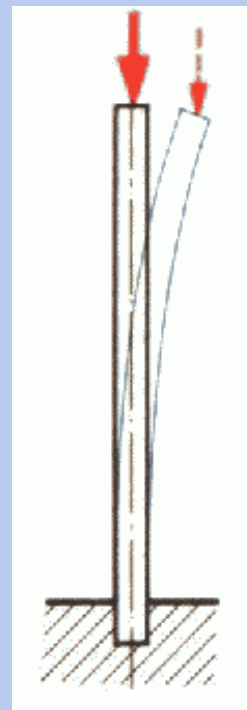
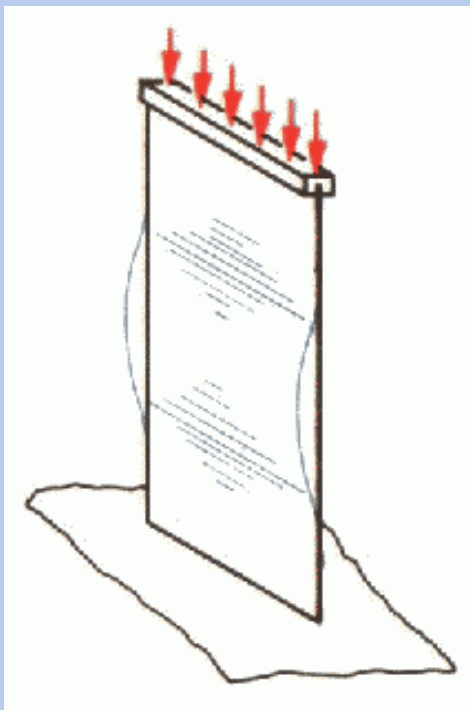
- otpornost elemenata konstrukcije prema deformiranju (tj. promjeni oblika i dimenzija) pod djelovanjem opterećenja



Uvod - osnovni pojmovi 3

elastična stabilnost

- sposobnost konstrukcije ili njenih elemenata da zadrže početni ravnotežni oblik



Uvod - osnovni pojmovi 4

Realna čvrsta tijela

- diskretni sustav malih međusobno povezanih materijalnih čestica
- vanjska opterećenja - pojava unutarnjih sila među materijalnim česticama
- unutarnje sile ovise o relativnim pomacima
- uspostava ravnoteže vanjskih i unutarnj. sila
- relativni pomaci među česticama - promjena oblika i dimenzija tijela = deformacija tijela

Uvod - osnovni pojmovi 5

Realna čvrsta tijela -nastavak

- uzroci deformiranja tijela:
osim vanjskog opterećenja, može biti promjena temperature, vlažnosti, promjene u strukturi tijela
- Specifične unutarnje sile = naprezanja
$$\text{naprezanja} = \text{unutarnja sila} / \text{površina}$$
- Deformacije mogu:
 - elastične (ili privremene)
 - plastične ili trajne

Uvod - osnovni pojmovi 6

idealizirana čvrsta tijela

- tijelo je neprekinuto ili kontinuirano,
- tijelo je u cijelosti ili u dijelovima homogeno,
- deformacije su male u odnosu na dimenzije tijela (vrijedi načelo početnih dimenzija),
- materijal tijela je idealno elastičan,
- postoji jednoznačna linearna ovisnost između deformacija i naprezanja (važi Hookeov zakon).

Uvod - osnovni pojmovi 7

vrste čvrstih tijela

- Materijali s obzirom na deformaciju:
 - elastični
 - plastični
 - viskoelastični (puzanje, relaksacija)
- Tijela prema načinu loma
 - žilava
 - krta
- Pojmovi: elastičnost $\Leftrightarrow$ krutost
elastičnost - sposobnost za deformiranje
krutost – otpornost prema deformaciji

Uvod -

Pristupi rješavanju zadatka u MDT

- teorijski ili matematički (egzaktna rješ.)
- eksperimentalne metode (fotoelastici-metrija, tenzometrija, metoda analogije)
- numeričke metode uz uporabu računala (metoda kon. elem., metoda rubnih elem.)
- Praktični ili inženjerski pristup - jednostavniji proračuni uz dovoljnu točnost u svakodnevnoj inženjerskoj praksi

Uvod -

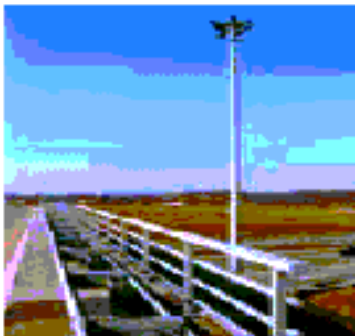
Tipovi zadataka u MDT

- Tri parametra: dimenzije (D), opterećenje (O) i svojstva materijala (MS)
općenito vrijedi: $O / D \leq MS$

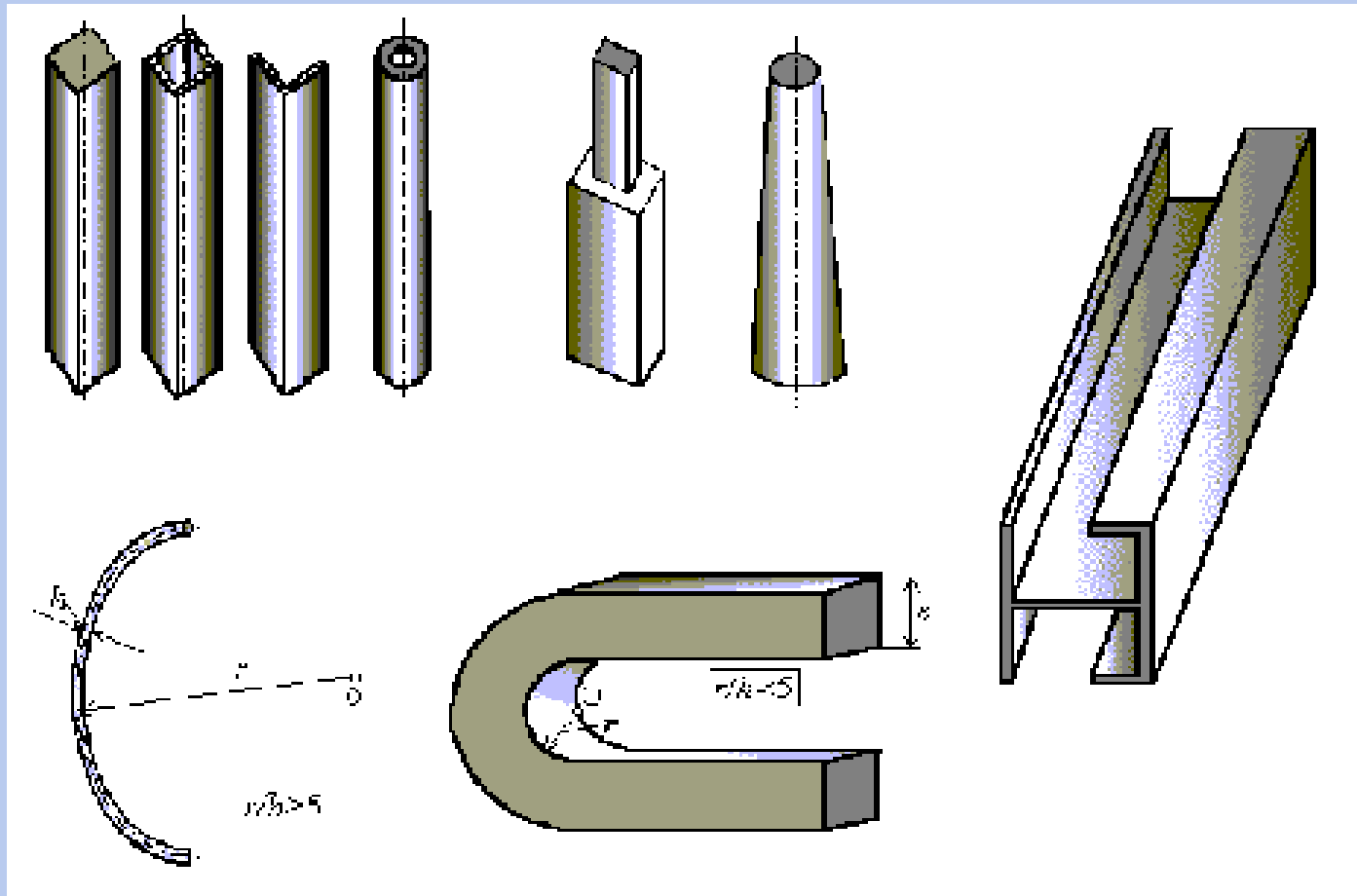
Tipovi zadataka:

- dimenzioniranje $D \geq O / MS$
- odabir materijala $MS \geq O / D$
- određivanje nosivosti $O \leq MS * D$

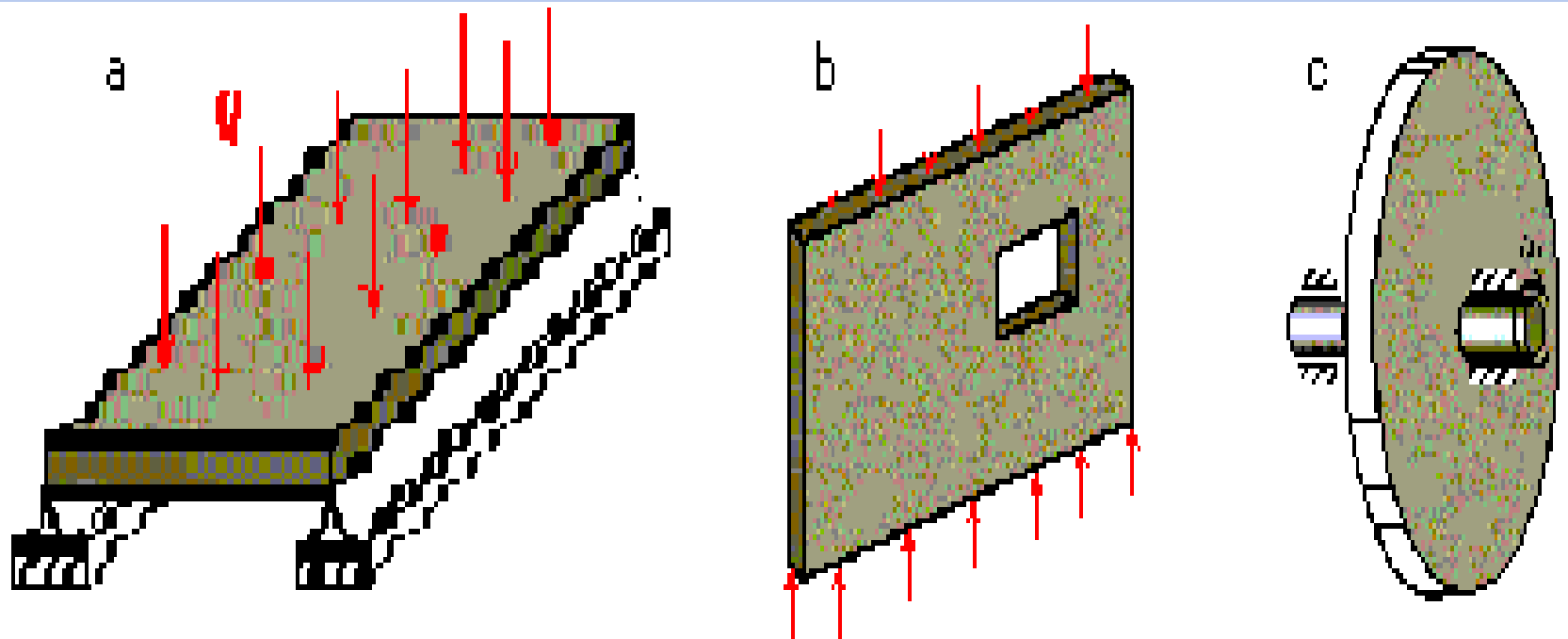
Uvod - elementi konstrukcija i sklopova



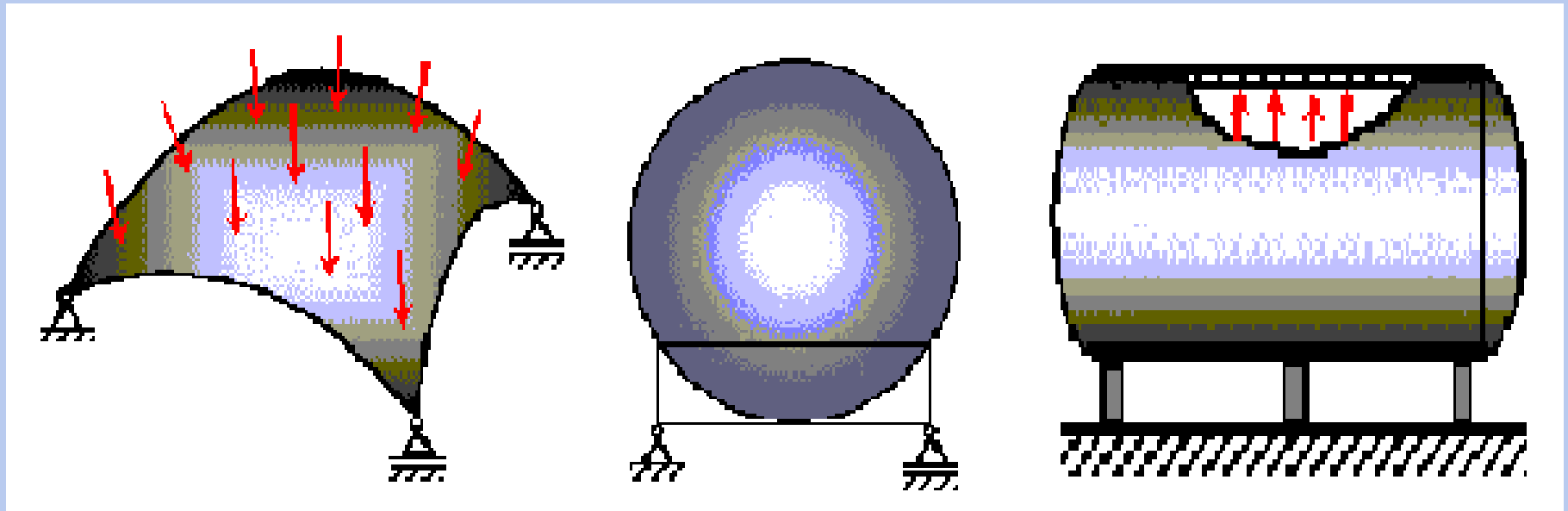
Uvod - Osnovni elementi konstrukcija 1 - štapovi



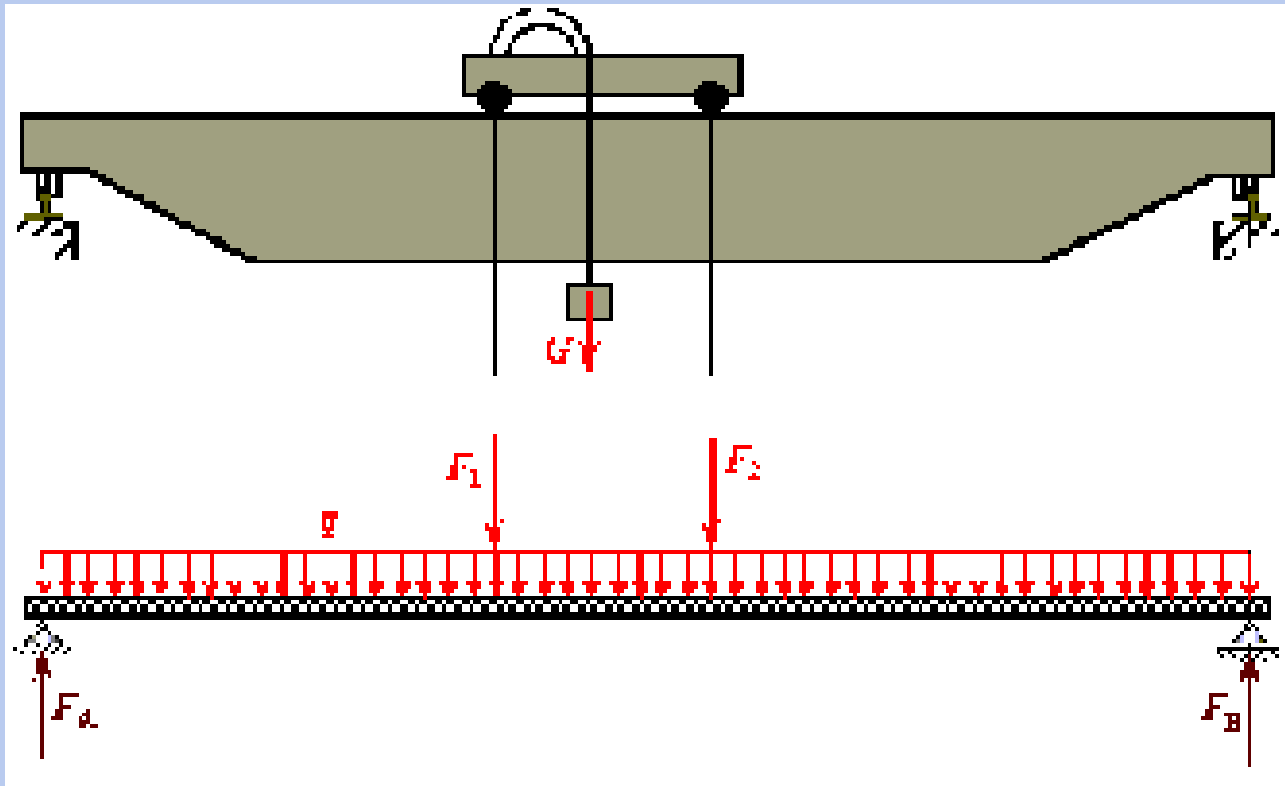
Uvod - Osnovni elementi konstrukcija 2 - ploče



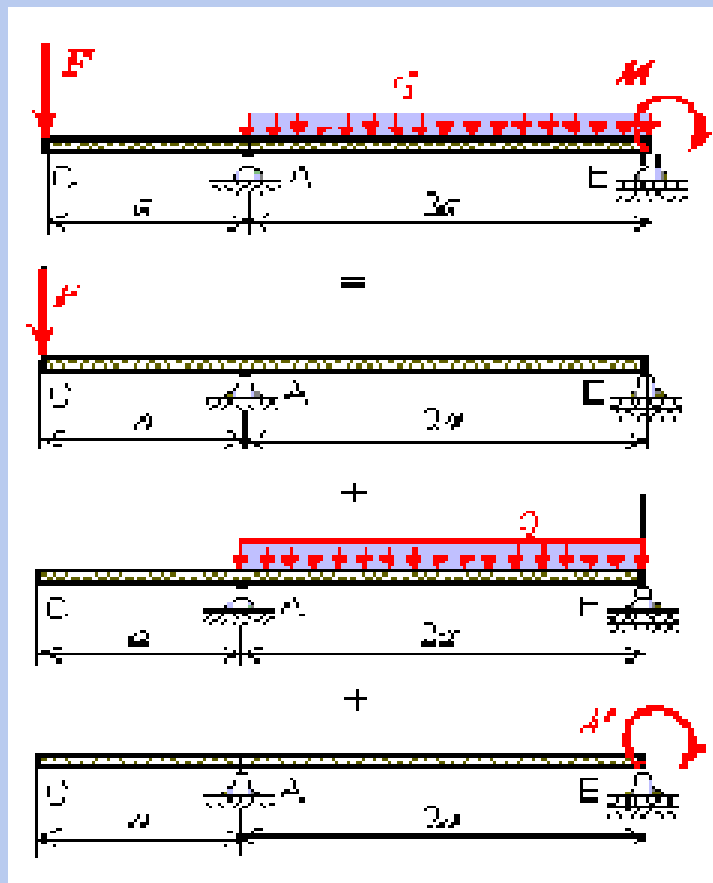
Uvod - Osnovni elementi konstrukcija 3 - ljuske



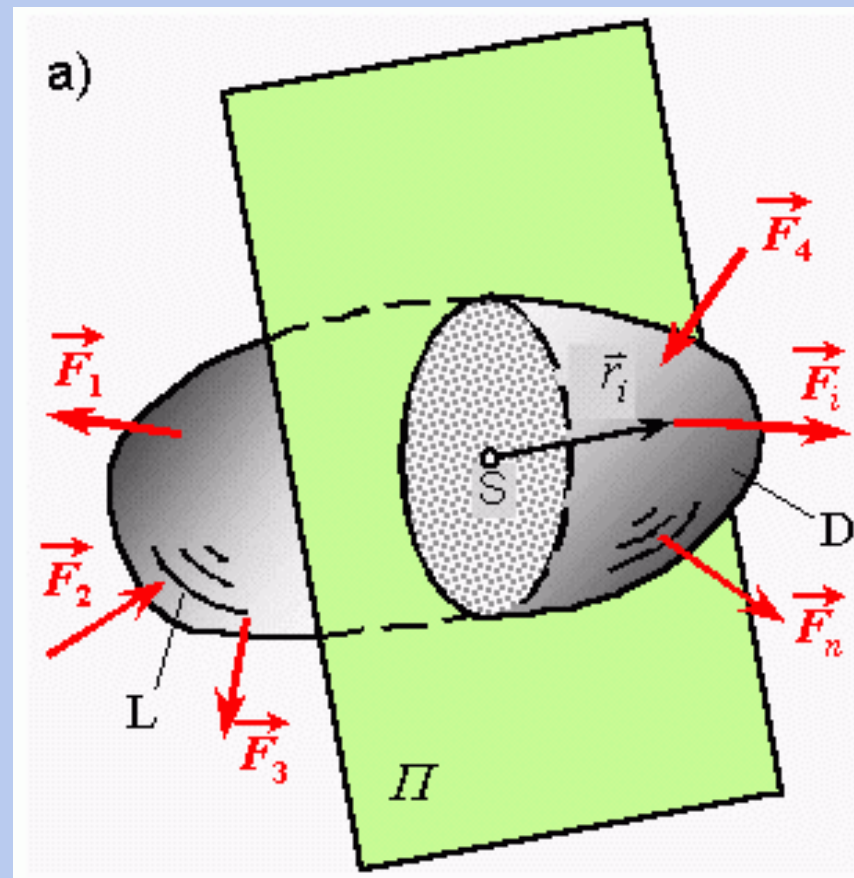
Uvod - Proračunska shema konstrukcije



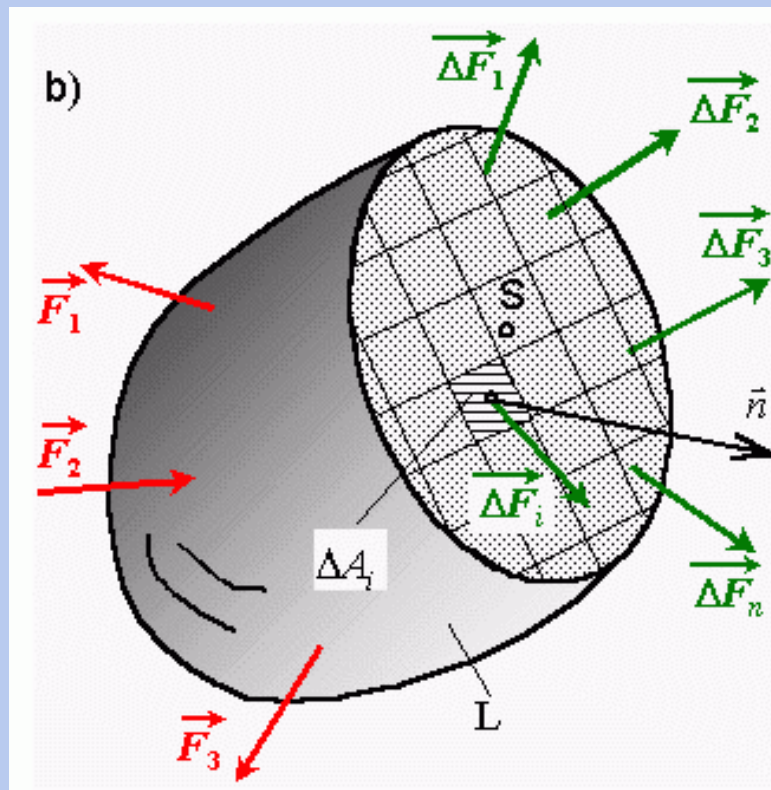
Uvod - Načelo superpozicije



Naprezanje - Vrste, definicije, jedinice 1



Naprezanje - Vrste, definicije, jedinice 2



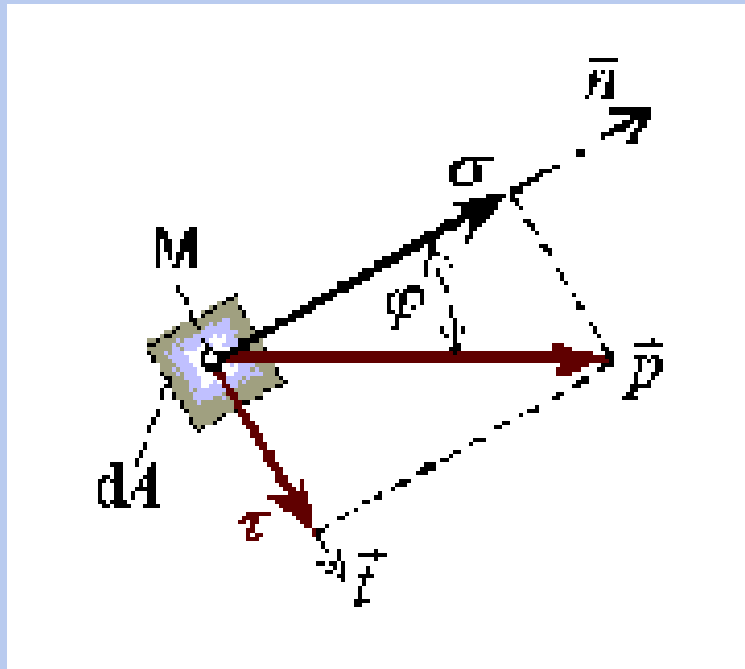
$$\vec{R}_L + \vec{F}_L = (\sum \vec{F}_i)_L + (\sum \vec{\Delta F}_i)_L = \vec{0},$$

$$(\vec{M}_S^{(F)})_L + (\vec{M}_S^{(\Delta F)})_L = \vec{0}.$$

$$(\vec{p}_{sr})_i = \frac{\Delta \vec{F}_i}{\Delta A_i}$$

$$\vec{p} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta A}.$$

Naprezanje - Vrste, definicije, jedinice 3



$$\sigma = p \cdot \cos \varphi$$

$$\tau = p \cdot \sin \varphi$$

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ N/mm}^2 = 1 \text{ MPa}$$

$$1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa}$$

O čemu ovisi naprezanje?

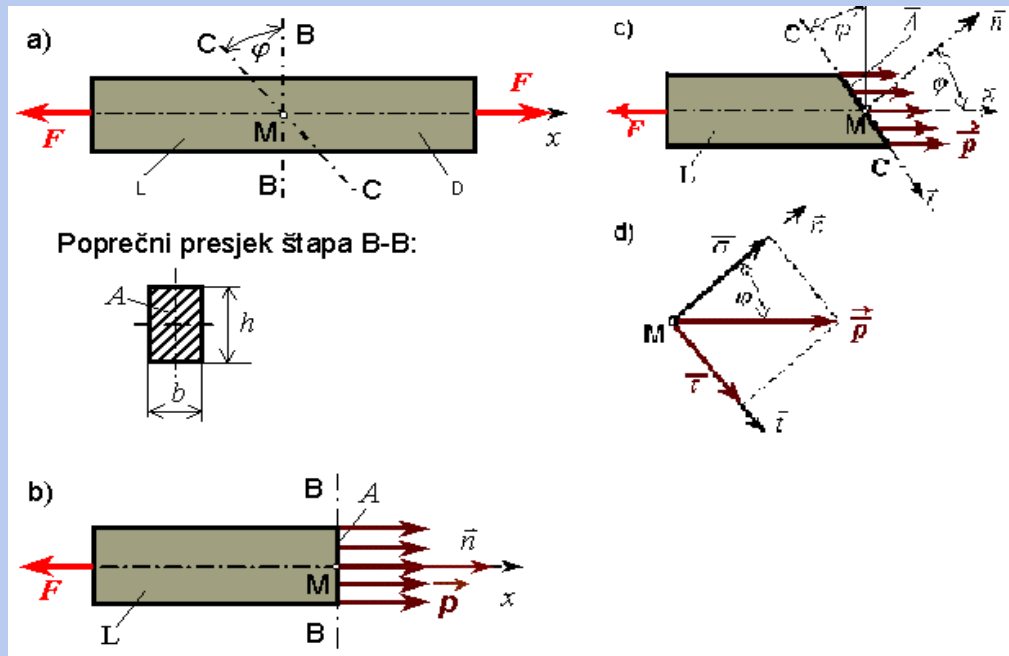
Naprezanje = unutarnja sila / površina presjeka

U principu veličina naprezanja ne ovisi o elastičnim svojstvima materijala tijela.

- **Veličina naprezanja** u nekoj točki ovisi o:
 - veličini (dimenzijama) i obliku tijela
 - veličini i raspodjeli vanjskog opterećenja
 - orijentaciji presjeka kojem pripada točka tijela

O čemu ovisi naprezanje?

- orijentacija presjeka



Poprečni presjek štapa B-B:

presjek C-C

$$\bar{p} = \frac{F}{A} = \frac{F}{A} \cos \varphi = \sigma \cdot \cos \varphi.$$

$$\bar{\sigma} = \sigma \cdot \cos^2 \varphi$$

$$\bar{\tau} = \sigma \cdot \sin \varphi \cos \varphi.$$

Presjek B-B

$$p = \frac{F}{A}.$$

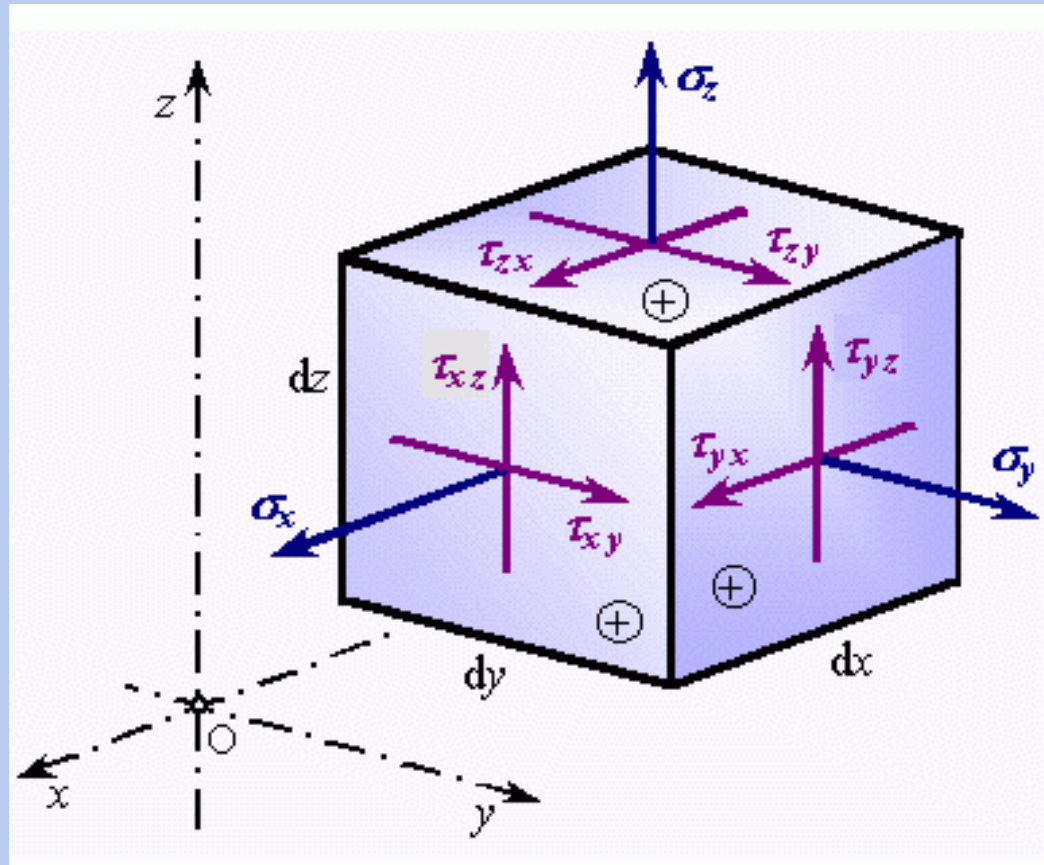
$$\sigma = p$$

$$\tau = 0$$

Naprezanje kao tenzor

Red tenzora	Poseban naziv u primjeni	Potreban broj podataka		Primjeri primjene u Nauci o čvrstoći, Mehanici, Mehanici kontinuuma i dr.
		u ravnini	u prostoru	
nulti	skalar	$2^0 = 1$	$3^0 = 1$	masa, duljina, vrijeme, temperatura
prvi	vektor	$2^1 = 2$	$3^1 = 3$	sila, brzina, ubrzanje, pomak
drugi	tenzor	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	naprezanje, deformacija
četvrti	--	$2^4 = 16$	$3^4 = 81$	tenzor elastičnosti, tenzor krutosti

Komponente tenzora naprezanja



Matrica tenzora naprezanja

σ_{ij} $i, j = x, y$ ili z

oznaka koordinatne osi s kojom je komponenta paralelna
normala presjeka na kojem djeluje komponenta naprezanja

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}.$$

simetrija

$$[\sigma_{ij}] = [\sigma_{ji}].$$

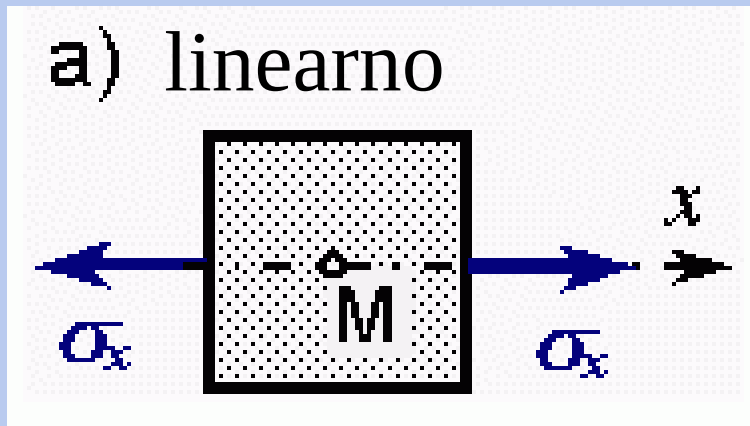
$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

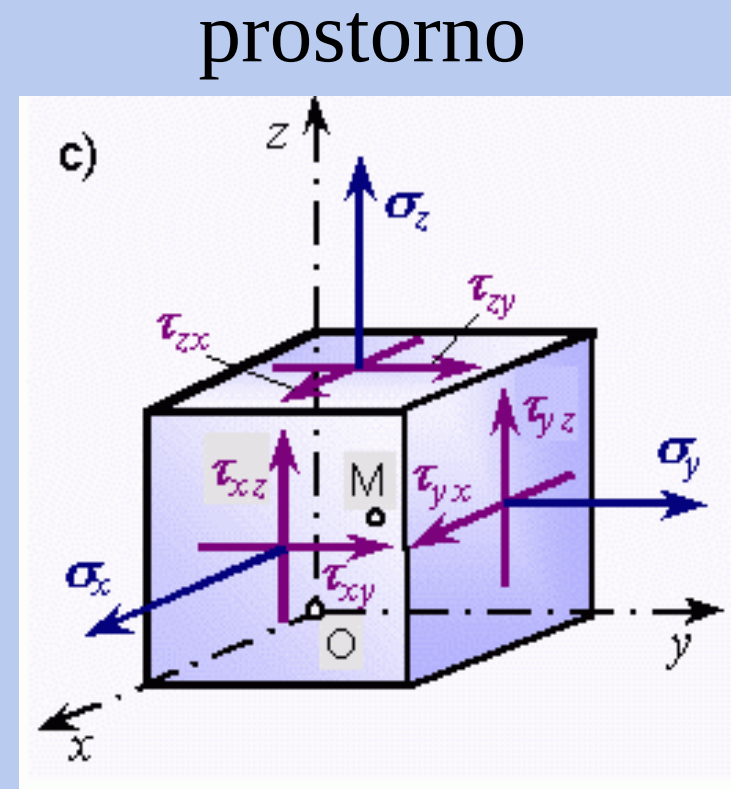
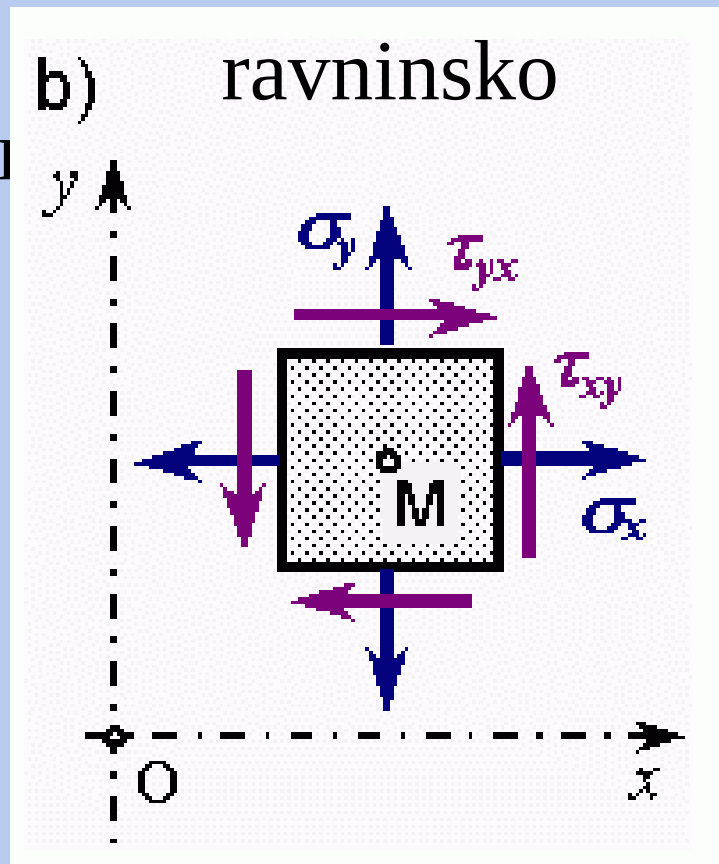
$$\tau_{xz} = \tau_{zx}$$

Stanja naprezanja 1

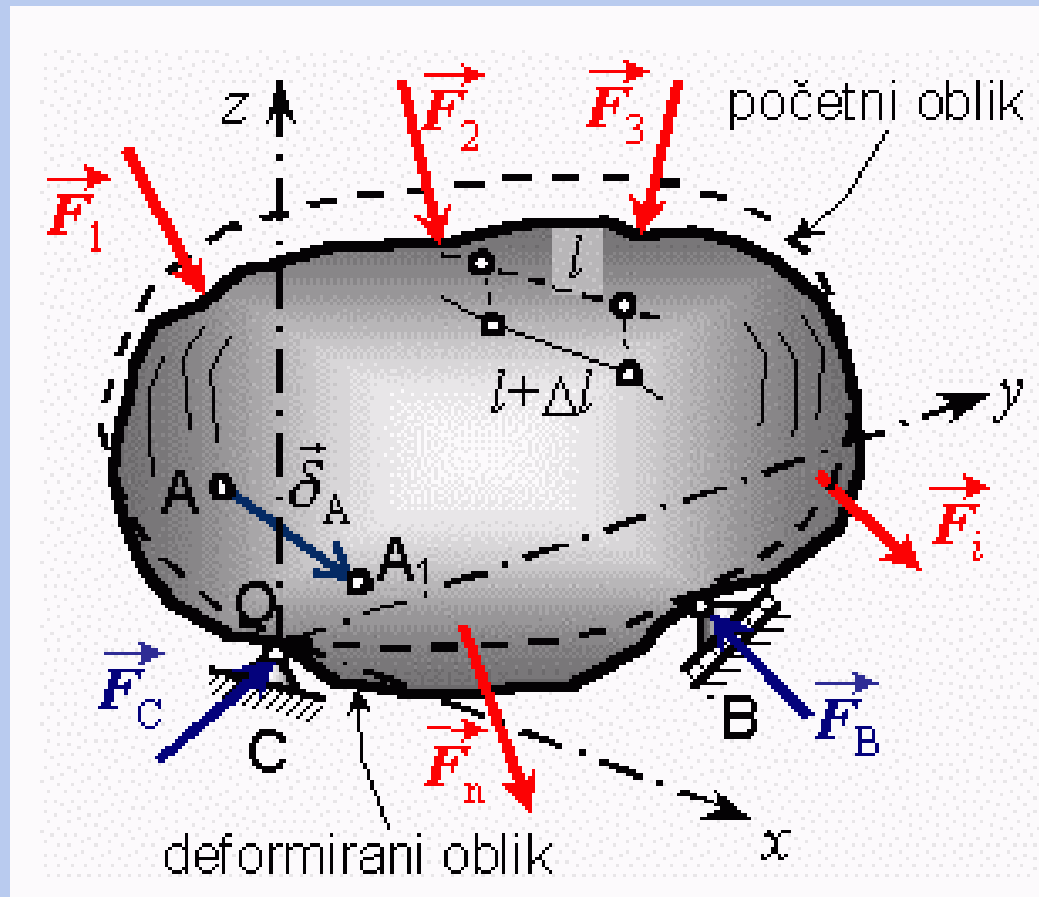
- linearno (ili jednoosno) stanje naprezanja
- ravninsko (ili dvoosno) stanje naprezanja
- prostorno (ili troosno) stanje naprezanja



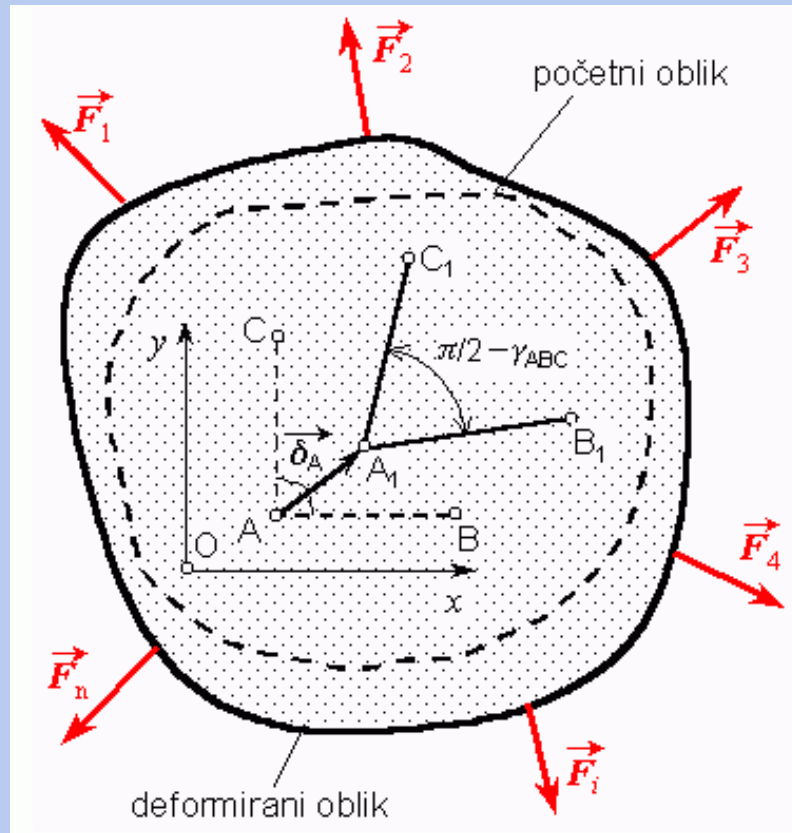
Stanja naprezanja 2



Deformacije



Definicije pomaka i deformacija u točki A



$$\vec{\delta}_A = \overline{AA_1}$$

$$\varepsilon_{AB} = \lim_{B \rightarrow A} \frac{\overline{A_1B_1} - \overline{AB}}{\overline{AB}} = \varepsilon_x$$

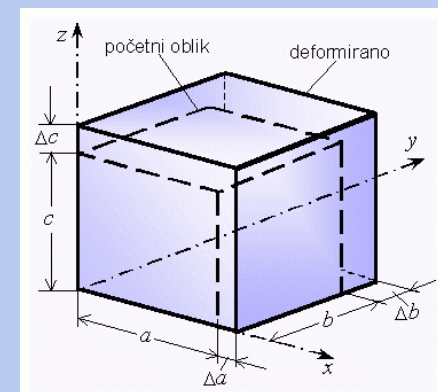
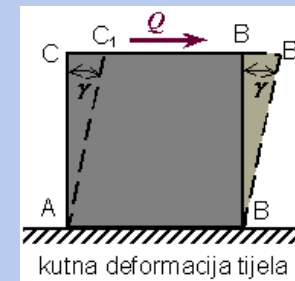
$$\varepsilon_{AC} = \lim_{C \rightarrow A} \frac{\overline{A_1C_1} - \overline{AC}}{\overline{AC}} = \varepsilon_y$$

$$\gamma_{ABC} = \lim_{\substack{B \rightarrow A \\ C \rightarrow A}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle A_1B_1C_1 \right) = \gamma_{xy}$$

Vrste deformacija, definicije, jedinice

- **Duljinska deformacija** ε
= relativna promjena dužine
jedinica = m/m = 1 (rel.br.)
- **Kutna deformacija** γ
= promjena pravog kuta
jedinica = rad
- **Volumenska deformacija**
= relativna promjena volumena

$$\varepsilon = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\Delta l}{l}$$



$$\Theta = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{V} \approx \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

O čemu ovisi deformacija?

Deformacija = mjera promjene oblika i dimenzija pod djelovanjem vanjskih sila

- **Veličina deformacija** u nekoj točki ovisi o:
 - vrsti, veličini i raspodjeli vanjskog opterećenja
 - veličini (dimenzijama) i obliku tijela
 - orijentaciji presjeka kojem pripada točka tijela
 - elastičnim svojstvima materijala tijela

Komponente i matrica tenzora deformacija

$$[\varepsilon_{ij}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

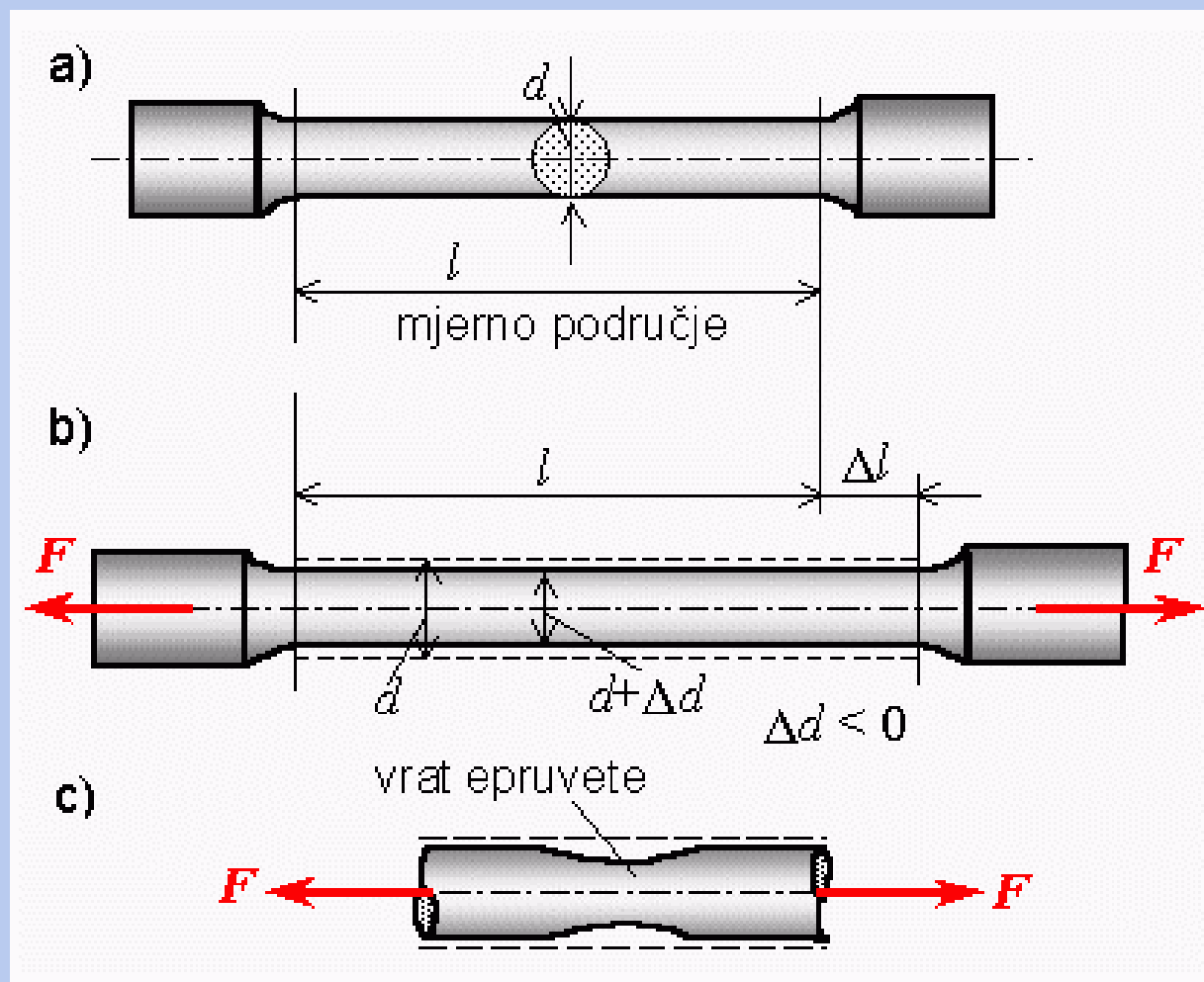
Međusobna ovisnost naprezanja i deformacija

$$\sigma_{ij} = f(\varepsilon_{ij})$$

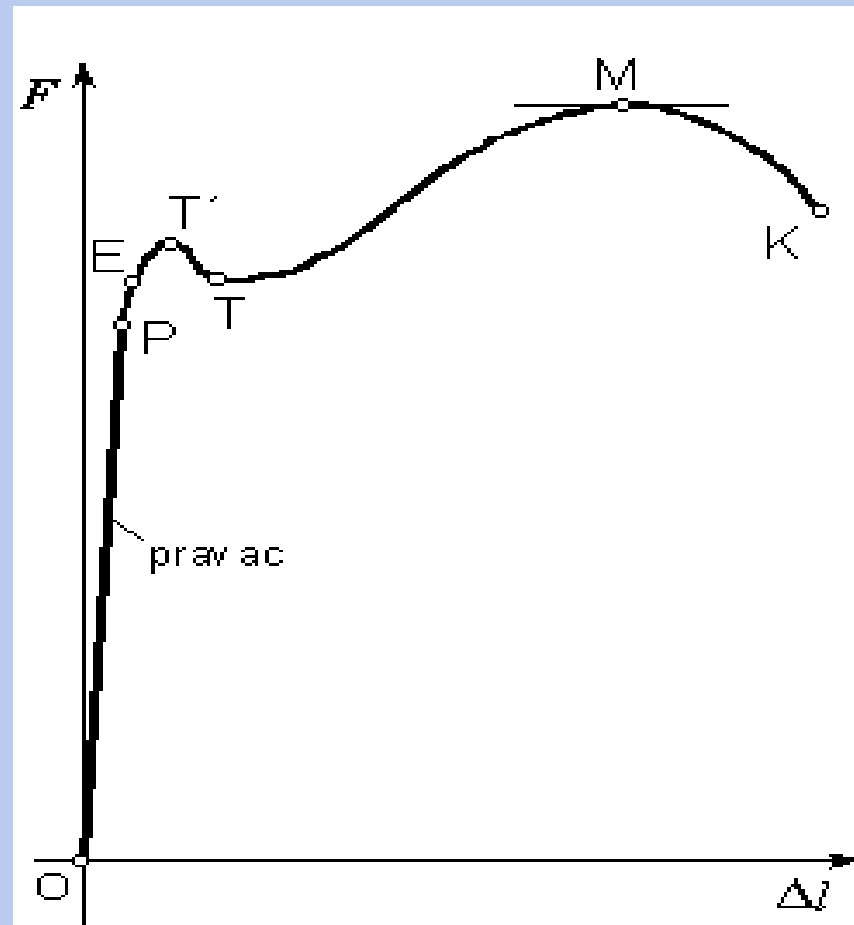
$$\varepsilon_{ij} = f_1(\sigma_{ij})$$

- Veza se utvrđuje ispitivanjima
- Pokus rastezanja na normiranoj epruveti
definiran oblik i dimenzije
definiran postupak opterećivanja
definiran način prikaza rezultata

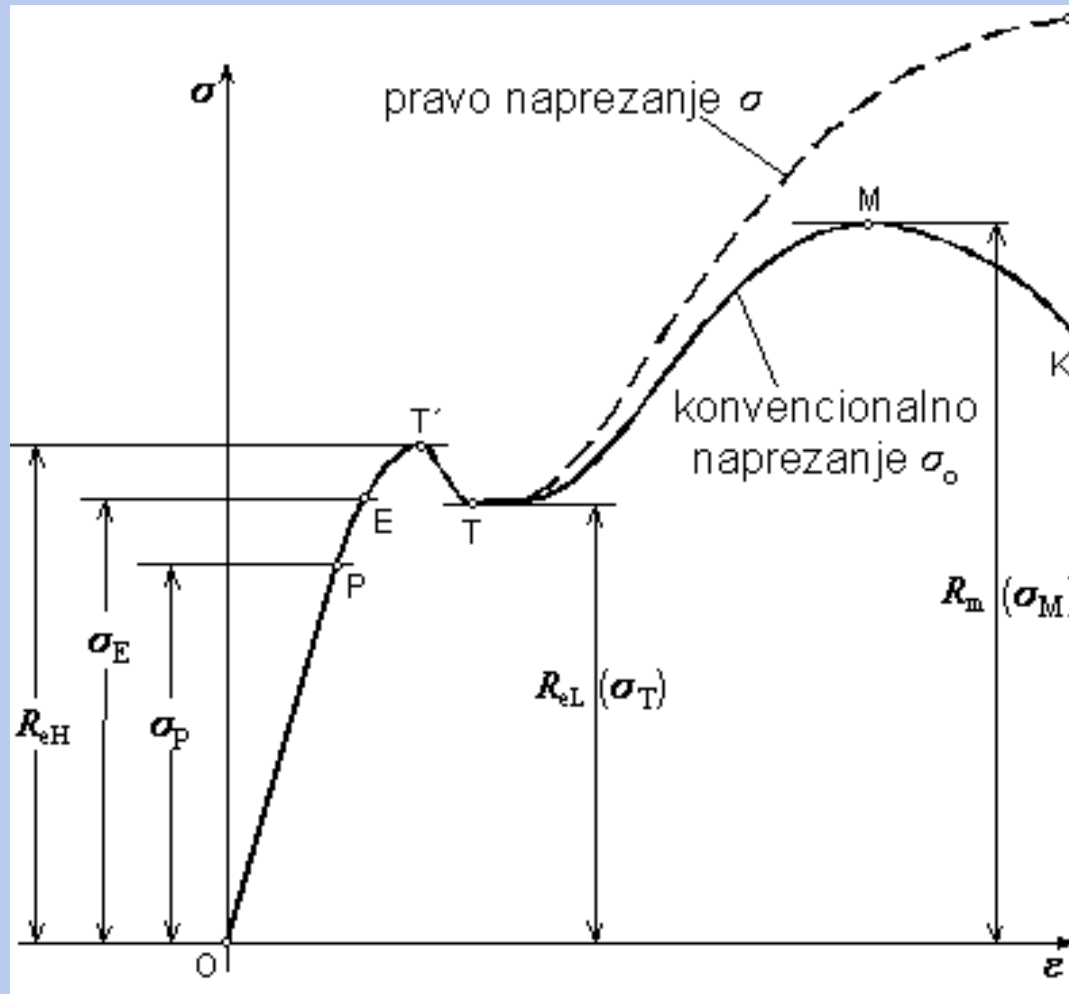
Pokus rastezanja – epruveta za ispitivanje



Rezultati pokusa rastezanja 1



Rezultati pokusa rastezanja 2



$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$\sigma_o = \frac{F}{A_o}$$

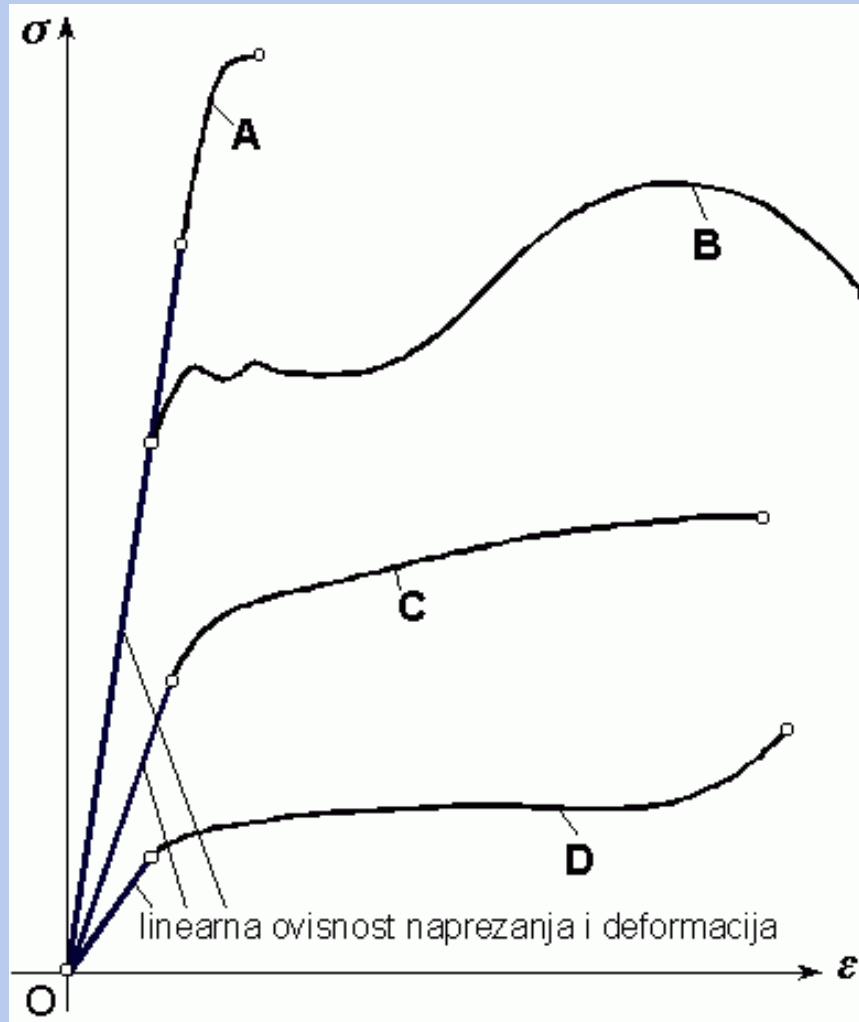
$$\epsilon_q = \frac{\Delta d}{d'}$$

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Rezultati pokusa rastezanja 3

- **Karakteristične vrijednosti naprezanja:**
 - granica proporcionalnosti,
 - granica elastičnosti,
 - granica razvlačenja (ili tečenja),
 - vlačna (ili rastezna) čvrstoća
- **Elastična svojstva materijala**
 - modul elastičnosti
 - Poissonov koeficijent

Dijagrami rastezanja raznih materijala



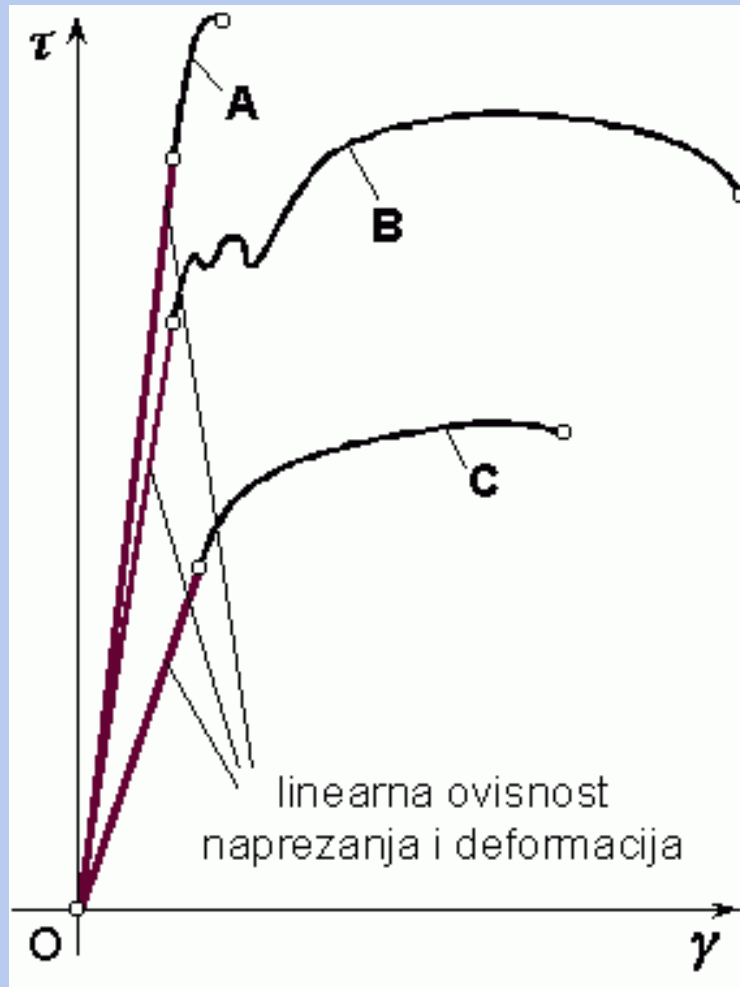
A – krhki materijali

**B – konstrukcijski
čelik (niskougljični)**

**C – rastezljivi ili
duktilni materijali**

**D – polimerni
materijali**

Dijagrami smicanja raznih materijala

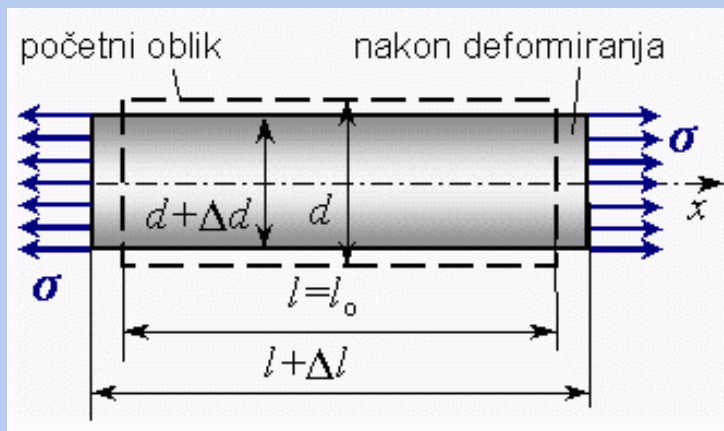


A - visoko legirani čelik

B - meki (niskougljični) čelik

C - duktilni materijal
npr. legura bakra (mjed)

Hookeov zakon

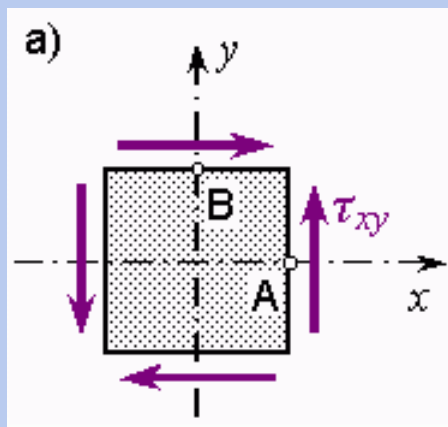


$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$\varepsilon_q = -\nu \cdot \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

$$\varepsilon_q = \frac{\Delta d}{d}$$



$$\tau = G \cdot \gamma$$

$$\Theta = -\frac{P}{K}$$

Konstante elastičnosti materijala

- modul elastičnosti (Youngov modul) E
- Poissonov koeficijent (Poissonov faktor) ν
- modul smika (Coulombov modul) G
- modul stlačivosti (volumenski modul elastičnosti) K

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}$$

$$0 \leq \nu \leq 0.5$$

ELASTIČNA I MEHANIČKA SVOJSTVA METALNIH TEHNIČKIH MATERIJALA

MATERIJAL	E , GPa	ν	G , GPa	R_a ($R_{p0.2}$), MPa	α_T , 10^{-6} K^{-1}
Aluminij	72	0,34	27	50 ÷ 125	23,8
Aluminijske legure	69 ÷ 72	0,33	26	60 ÷ 450	22 ÷ 26
Bakar	125	0,35	46	200 ÷ 360	17
Mjedi	80 ÷ 125	0,35 ÷ 0,38	30 ÷ 46	200 ÷ 390	16 ÷ 18
Bronca	115 ÷ 120	0,35	42 ÷ 44	120 ÷ 270	17 ÷ 19
Magnezij i legure	44 ÷ 45	0,3 ÷ 0,33	17,7	80 ÷ 190	25 ÷ 26
Nikal i legure	200	0,31	75	220 ÷ 1035	13 ÷ 14
Cink i legure	94 ÷ 130	0,25	38 ÷ 52	150 ÷ 250	27 ÷ 29
Olovo i legure	16	0,44	5,7	$R_m = 50 ÷ 115$	29
Titan	105	0,33	38,7	180 ÷ 390	8,35
Ti-legure	105	0,33	39	820 ÷ 1140	8,4
Konstrukcijski čelici	200 ÷ 210	0,3 ÷ 0,33	76 ÷ 80	215 ÷ 365	11 ÷ 12
Čelici za poboljšavanje	192 ÷ 215	0,28 ÷ 0,34	75 ÷ 80	300 ÷ 1030	11 ÷ 13
Štavljev	100 ÷ 120	0,26	40	$R_m = 100 ÷ 400$	12
Nodularni ljev	170	0,28	66	250 ÷ 500	12,5
Temper ljev	170	0,27	67	200 ÷ 550	12
Čelični ljev - nelegirani	190	0,29	74	185 ÷ 410	12
Čelični ljev - legirani	180 ÷ 195	0,29 ÷ 0,32	70 ÷ 75	175 ÷ 665	11 ÷ 12,5

Stvarno i proračunsko naprezanje

- **stvarno naprezanje** je ono koje se pojavljuje u elementu u radu konstrukcije
- **proračunsko naprezanje** je procjena stvarnog na temelju proračuna
- Razlike zbog:
 - nedovoljnog poznavanja opterećenja,
 - izbora proračunske sheme konstrukcije,
 - ograničene točnosti izraza koji se rabe u MDT,
 - pojave početnih, montažnih ili toplinskih naprezanja, a koja su najčešće nepoznata

Dopušteno naprezanje 1

- Granica naprezanja u realnom elementu konstrukcije koja osigurava da neće doći do neželjenih posljedica (loma, trajnih deformacija ili oštećenja konstrukcije)
- Teoretska granica naprezanja:
 - granica elastičnosti za rastezljive materijale
 - čvrstoća za krte materijale

Dopušteno naprezanje 2

- Mora se osigurati na stvarno naprezanje u realnom elementu konstrukcije uvijek bude manje od teoretske granice
- Zato najveće proračunsko naprezanje kao procjena stvarnog naprezanja mora biti manje od dopuštenog naprezanja koje je definirano kao teoretska granica naprezanja podijeljena s faktorom sigurnosti

Dopušteno naprezanje - određivanje

-za krte materijale

$$\sigma_{\text{dop}} = \frac{R_m}{S} \left(= \frac{\sigma_M}{S} \right)$$

$$\tau_{\text{dop}} = \frac{(R_m)_\tau}{S} \left(= \frac{\tau_M}{S} \right)$$

- za rastezljive materijale

$$\sigma_{\text{dop}} = \frac{R_e}{S} \left(= \frac{\sigma_T}{S} \right)$$

$$\tau_{\text{dop}} = \frac{(R_e)_\tau}{S} \left(= \frac{\tau_T}{S} \right)$$

Faktor sigurnosti S

- ovisi o mnogim okolnostima:
 - o poznavanju stvarnog opterećenja (osnovno opterećenje, vjetar, snijeg, potres i dr.),
 - o vrsti opterećenja (dinamičko, statičko),
 - o opasnostima za ljudski život,
 - o važnosti konstrukcije,
 - o veličini, težini, cijeni konstrukcije
- Iznosi najčešće $1,5 \leq S \leq 2,5$ ali može i $S > 10$

Mehanička svojstva i dopuštena naprezanja nekih konstrukcijskih materijala

I - statičko (mirno) opterećenje
 II – dinamičko istosmjerno opt.
 III – dinamičko izmjenično opt.

	Oznake vrste konstrukcijskog materijala				
Vrste i načini opterećenja, značajke materijala	RSt37-2 S235JR G2 Č0361	St50-2 E295 Č0545	St70-2 E360 Č0745	GG15 EN-GJL-150 SL 15	GG25 EN-GJL-250 SL 25
Naprezanje tečenja R_e	200..250	270..300	350..400	-	-
Rastezna čvrstoća R_m	370..470	470..610	670..830	150	250
Savojna čvrstoća R_{ms}	-	-	-	280	460
Savojno napr. tečenja R_{es}	190	260	350	60	120
Smično naprez. tečenja τ_e	110	140	200	50	90
Rastezanje σ_{vdop}	I	100..150	140..210	35..45	65..85
	II	65..95	90..135	27..37	50..67
	III	45..70	65..95	20..30	35..50
Sabljanje σ_{ldop}	I	100..150	140..210	85..115	160..215
	II	65..95	90..135	55..75	100..135
	III	45..70	65..95	20..30	35..50
Savijanje σ_{sdop}	I	110..165	150..220	50..70	100..135
	II	70..105	100..150	35..50	65..90
	III	50..75	70..105	25..35	40..60
Smik, uvijanje τ_{dop}	I	65..95	85..125	40..55	75..100
	II	40..60	55..85	30..40	55..75
	III	30..45	40..60	20..30	35..50

Dimenzioniranje 1

- **Kriterij (uvjet) čvrstoće:**
Najveće proračunsko naprezanje u elementu konstrukcije mora biti manje od **dopuštenog naprezanja materijala**

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{dop}}$$

$$\tau_{\max} \leq \tau_{\text{dop}}$$

Općenito: $\boxed{\text{NAPR}_{\text{pror}} = O/D \leq \text{NAPR}_{\text{doz}}} \Rightarrow \boxed{D \geq O/\text{NAPR}_{\text{doz}}}$

$\text{NAPR}_{\text{pror}}$ -najveće proračunsko naprezanje;
 NAPR_{doz} -svojstvo materijala; O-opterećenje;
D-značajka ovisna o obliku i dimenzijama tijela

Dimenzioniranje 2

- **Kriterij (uvjet) krutosti:**
Najveća proračunska deformacija u elementu konstrukc. mora biti manja od **dopuštene deformacije** tog elementa

$$\varepsilon_{\text{pror}} \leq \varepsilon_{\text{doz}}$$

$$\gamma_{\text{pror}} \leq \gamma_{\text{doz}}$$

$$\Delta l_{\text{pror}} \leq \Delta l_{\text{doz}}$$

$$\alpha_{\text{pror}} \leq \alpha_{\text{doz}}$$

Općenito: $\text{DEF}_{\text{pror}} = O/(D \cdot MS) \leq \text{DEF}_{\text{doz}}$

$$\Rightarrow D \geq O/(MS \cdot \text{DEF}_{\text{doz}})$$

DEF_{pror} - najveća proračunska deformacija;

DEF_{doz} - deformacija koja se smije pojaviti u konstrukciji

MS - svojstvo materijala; O - opterećenje;

D - značajka ovisna o obliku i dimenzijama tijela

Dimenzioniranje 3

- **Kriterij (uvjet) elastične stabilnosti:**
Tlačno opterećeni vitki element konstrukcije mora biti siguran od gubitka elastične stabilnosti (izvijanja)
- provjera sigurnosti prema izvijanju S (u nekoliko koraka)

$$\sigma_{kr} = MS/D_1 \Rightarrow \sigma_{doz} = \sigma_{kr}/S \Rightarrow O/D \leq \sigma_{doz} \Rightarrow D \geq O/\sigma_{doz} \Rightarrow$$

σ_{kr} -kritično naprezanje, ovisi o MS , obliku i dimenzijama
 σ_{doz} –dozvoljeno naprezanje koje se smije pojaviti u elementu konstrukcije

MS -svojstvo materijala; O -opterećenje; S -sigurnost
 D, D_1 -razne značajke ovisne o obliku i dimenzijama tijela