## Zadatak 1.

Napišite hamiltonijan nabijenog harmoničkog oscilatora pod djelovanjem homogenog električnog polja $E$ u smjeru titranja. Kakav je njegov energetski spektar te kolika je polarizabilnost oscilatora?

*Rješenje:*

Potencijalna energija nabijene čestice u homogenom električnom polju je $-qEx$, gdje je $q$ naboj čestice, a $x$ njezin položaj. Toj potencijalnoj energiji moramo pribrojiti elastičnu potencijalnu energiju. Tako dobivamo

$$H=\frac{p^2}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2x^2-qEx$$

Jednostavnim algebarskim postupkom ovaj hamiltonijan možemo predočiti u obliku

$$H=\frac{p^2}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2\left(x-\frac{qE}{m\omega^2}\right)^2-\frac{q^2E^2}{2m\omega^2}$$

Vidimo da je položaj čestice pomaknut za određen iznos, neovisan i o položaju i o zaletu. Dakle, hamiltonijan se nije bitno promijenio jer se takvim pomakom ne mijenja komutacijsko pravilo između zaleta i položaja.

**Zaključak:**

Energetski spektar biti će pomaknut za određen iznos u odnosu na spektar energija oscilatora kada nema električnog polja:

$$E_n=\hbar\omega\left(n+\frac{1}{2}\right)-\frac{q^2E^2}{2m\omega^2}\quad,\quad n=0,1,2,\ldots$$

Polarizabilnost je omjer srednje vrijednosti dipolnog momenta i električnog polja. Dipolni moment je umnožak naboja i položaja *x*. Dakle, dipolni moment je

$$d = q\,x = q\left(x - \frac{q\,E}{m\,\omega^2}\right) + \frac{q^2\,E}{m\,\omega^2}$$

Mi znamo da je srednja vrijednost prvog člana
(član za zagradom) u ovom izrazu jednaka 0. **Kako to znamo?**

To znači da je polarizabilnost

$$\alpha = \frac{\langle d \rangle}{E} = \frac{q^2}{m\,\omega^2}$$

**Zadatak 2.**

Čestica se giba u polju potencijalne energije

$$V(x) = V_0\left(\frac{a}{x^6} - \frac{b}{x^{12}}\right)$$

Pretpostavljajući da je energija čestice blizu najnižoj vrijednosti, izračunajte njezin energetski spektar.