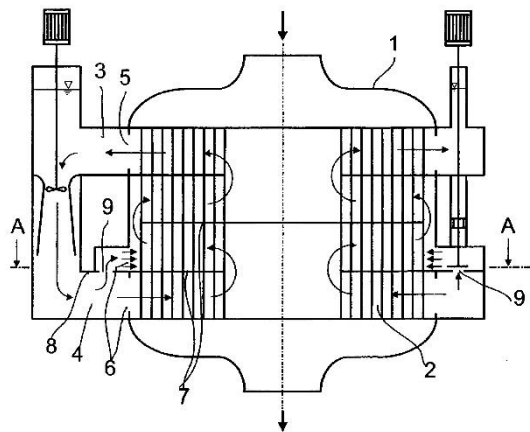
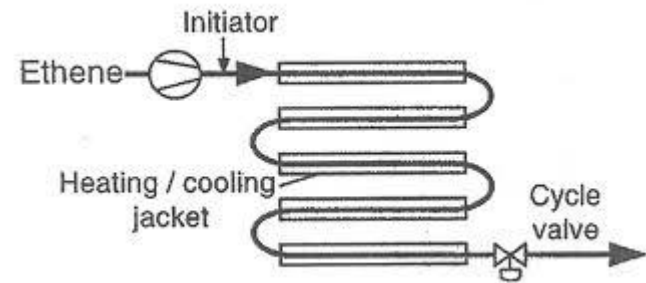


CIJEVNI REAKTORI

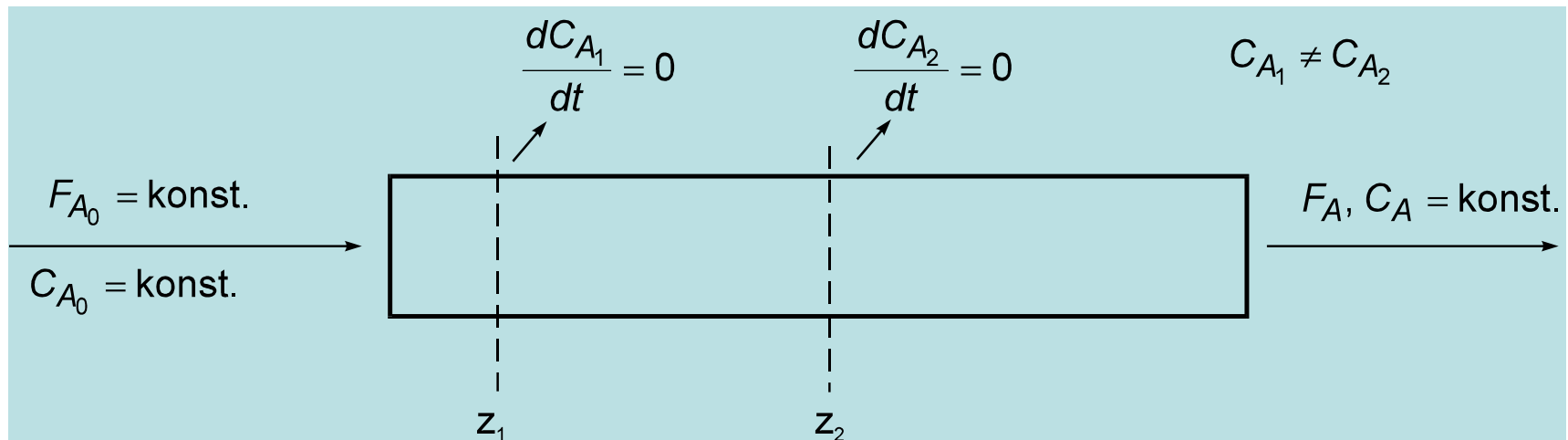
akad. god. 2025./26.



- Velika je i raznovrsna skupina kemijskih reaktora.
- U cijevnim reaktorima proizvode se danas najvažnije kemikalije i proizvodi (bazna anorganska i organska industrija, prerada nafte, organske sinteze)
- Cijevni reaktori se koriste za dobivanje **velikih** količina ujednačenog proizvoda, jer u pravilu rade u **stacionarnom** stanju (osim početka i kraja rada i problema vezanih uz vođenje i kontrolu procesa).
- Posebice su važni **katalitički** cijevni reaktori s **nepokretnim slojem katalizatora**
 - sinteza amonijaka,
 - proizvodnja sumporne kiseline (oksidacija SO_2),
 - proizvodnja dušične kiseline (oksidacija amonijaka),
 - oksidacija benzena i naftalena,
 - hidroobrade nafte, okso sinteza, sinteza metanola, itd.

Osnovne značajke cijevnih reaktora (CR)

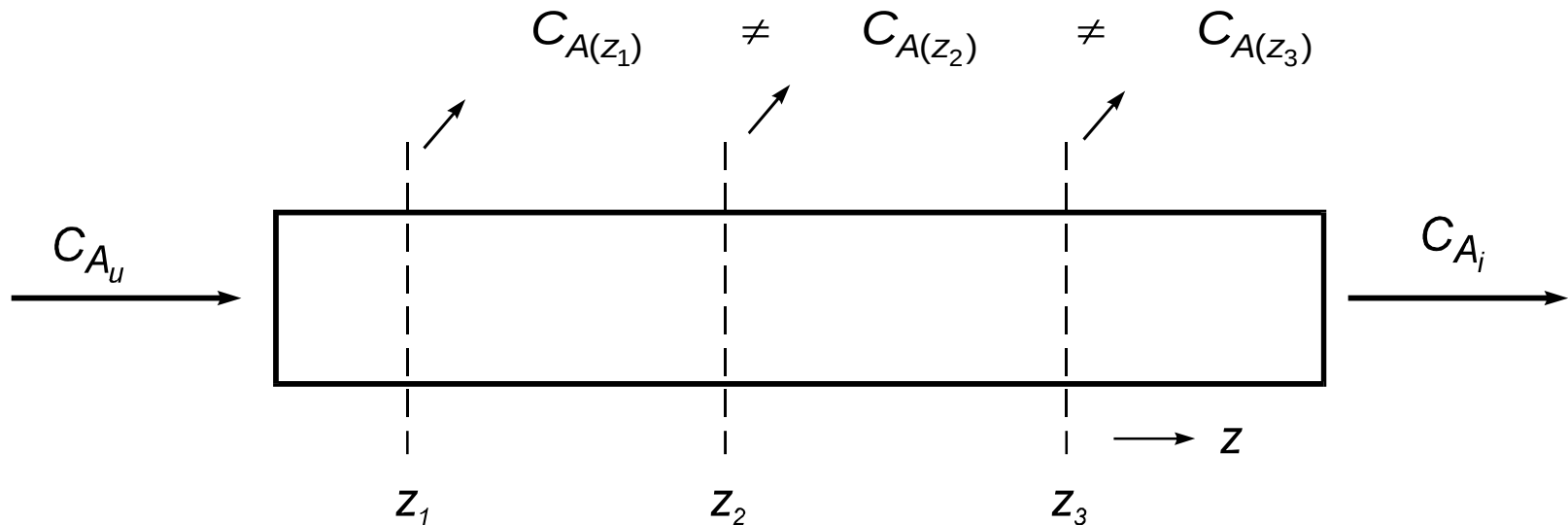
- Cijevni reaktor je **otvoreni sustav**
- **Veličine stanja** u otvorenim sustavima uglavnom su **nezavisne o vremenu** $\Rightarrow$ rade u **stacionarnom stanju**



Cijevni reaktor u stacionarnom stanju

Osnovne značajke cijevnih reaktora (CR)

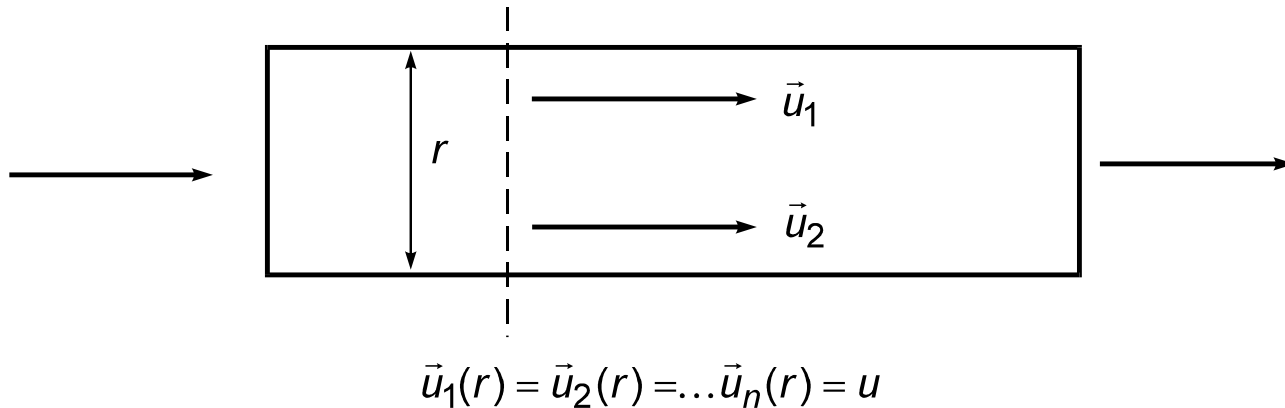
- **Veličine stanja** mijenjaju se zavisno o **položaju** unutar reaktora $\Rightarrow$ **sustav s raspodijeljenim parametrima**



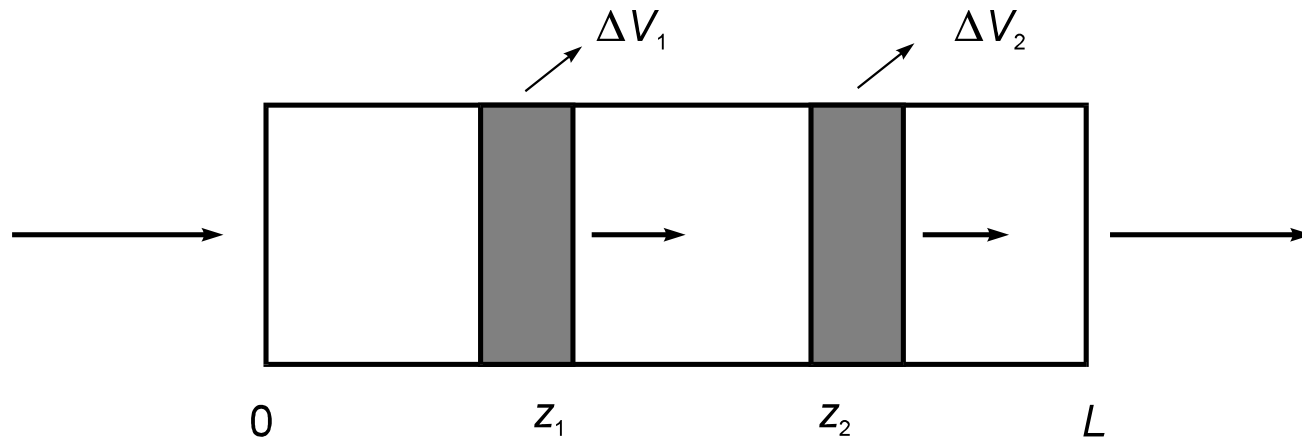
Cijevni reaktor kao primjer sustava s raspodijeljenim parametrima

Osnovne značajke cijevnih reaktora (CR)

- približno idealno strujanje** $\Rightarrow$ u pravcu protjecanja (aksijalnom smjeru) ne postoji miješanje unutar prolazeće reakcijske smjese



Idealno strujanje u cijevnom reaktoru i predodžba elementarnog volumena kao protočnog kotlastog reaktora



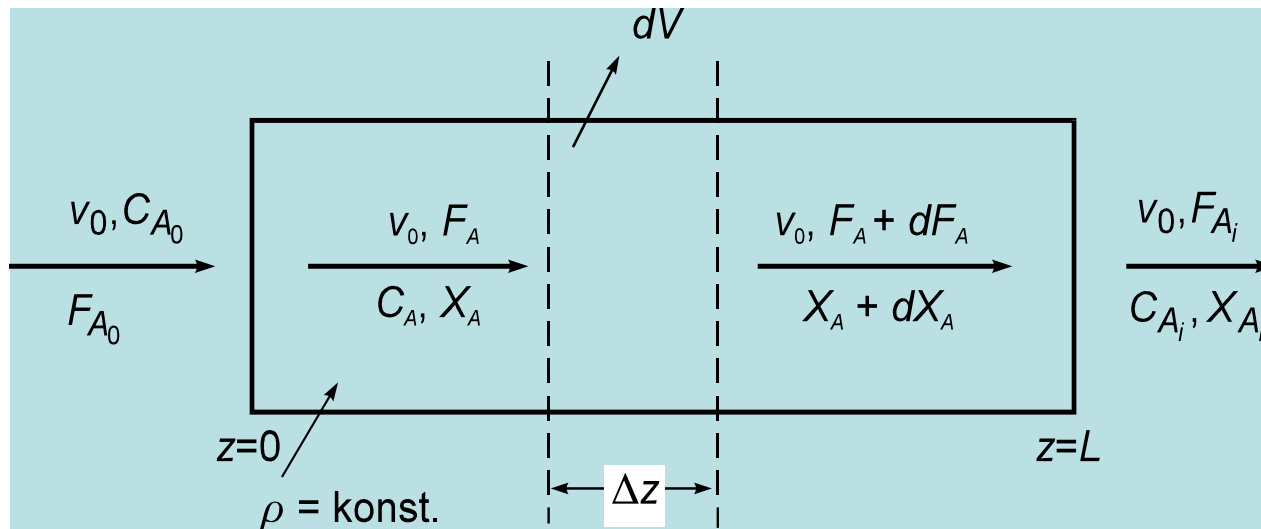
Podjela cijevnih reaktora

- Cijevni reaktori mogu se podijeliti na dvije velike skupine:
 - A) reaktore za reakcije u **homogenim sustavima**, te
 - B) reaktore za provedbu **katalitičkih** reakcija uz **kruti** katalizator.
- Dalja podjela se osniva na načinu i izvedbi prijenosa topline (problemi vezani uz izmjenu topline ponekad ograničavaju upotrebu):
 - a) adijabatski CR i
 - b) CR s izmjenom topline kroz plašt reaktora

Matematički model “idealnog” cijevnog reaktora

Pretpostavke

- idealno strujanje
- stacionarni i izotermni rad
- ne postoji promjena gustoće (volumena) reakcijske smjese za vrijeme prolaza kroz reaktor
- veličine stanja (npr. brzina reakcija, koncentracija) mijenjaju se duž osi z (u aksijalnom smjeru) $\Rightarrow$ bilance se moraju postavljati za diferencijalni volumen



$$V = \frac{d^2 \pi}{4} L$$

$$A = d \pi L$$

Bilanca komponente A u idealnom CR

Množina tvari A koja uđe u dif. volumen u jediničnom vremenu	-	Množina tvari A koja iziđe iz dif. volumena u jediničnom vremenu	=	Množina tvari A koja nestane kem. reakc. u dif. volumen u jediničnom vremenu
---	----------	---	----------	---

$$F_A - (F_A + dF_A) - r_A dV = 0 \quad \longrightarrow \quad dF_A + r_A dV = 0$$

$$dF_A = -F_{A_0} dX_A$$

$$F_{A_0} = C_{A_0} v_0$$

$$dV = A_s dz$$

$$V = F_{A_0} \int_0^{X_A} \frac{dX_A}{r_A}$$

$$\tau = \frac{V}{v_0} = \frac{VC_{A_0}}{F_{A_0}}$$

$$\frac{dC_A}{d\tau} + r_A = 0$$

$$\tau = \frac{V}{v_0} = C_{A_0} \int_0^{X_A} \frac{dX_A}{r_A} = - \int_{C_{A_0}}^{C_A} \frac{dC_A}{r_A}$$

Opća bilanca topline u idealnom CR

Toplina nastala (nestala) kemijskom reakcijom u dif. volumenu i jedin. vremenu	=	akumulaciji topline u dif. volumenu i i jedin. vremenu	+	toplina prenijeta kroz dif. površinu u okolinu u jediničnom vremenu
--	---	--	---	---

$$Q_{m_0} c_{p_s} dT = (-\Delta H_r) r_A dV + U dA_p (T - T_0)$$

Izotermni rad
(nema razlike u
T na ulazu i izlazu
iz reaktora):

$$\longrightarrow (-\Delta H_r) r_A dV = U dA_p (T - T_0)$$

A_p - površina prijenosa topline kroz stijenku = površini valjka
 dA_p - dif. površina prijenosa topline kroz stijenku

A_s - površina presjeka CR

$$dV = A_s dz = r^2 \pi dz = \frac{d^2 \pi}{4} dz$$

$$dA_p = 2r\pi dz = d\pi dz$$

$$(-\Delta H_r) r_A = \frac{2}{r} U (T - T_0)$$

$$(-\Delta H_r) r_A = \frac{4}{d} U (T - T_0)$$

Modeli cijevnih reaktora

Modeli se izvode na osnovi nekoliko bitnih značajki:

- Zavisnost veličina stanja i parametara o ***prostornim koordinatama*** unutar reaktorskog prostora (posljedica približno idealnog strujanja)
- Prisutnost ***jedne ili više faza*** - kruti katalizator i plinoviti ili kapljeviti reaktanti (posebna grupa odnosi se na reaktore s nepokretnim slojem katalizatora)
- Način rada:
stacionarni (u pravilu) ili
nestacionarni (početak i završetak rada; problemi vezani uz vođenje i kontrolu).

- Matematički modeli cijevnih reaktora mogu biti jednostavni ili složeni, što zavisi od opisa procesa u reaktoru.
- Strujanje u reaktoru može biti približno **idealno** za čiji opis je dovoljan vrlo jednostavan izraz
- **Laminarno** kao i **disperzijsko** ili **turbulentno** su mnogo realnija strujanja. S toga su i modeli tih strujanja matematički znatno složeniji.
- Slično se odnosi i na procese **prijenosa topline**

Složenost matematičkog modela zavisi o:

- opisu realnog strujanja reakcijske smjese,
- opisu prijenosa topline kroz reaktor i stijenku,
- kinetičkom modelu reakcije, te
- prisutnosti jedne ili više faza.

- Za reakcije u **homogenim** sustavima i uz **male** protoke reakcijske smjese obično se koristi model **laminarnog** strujanja, $u(r)$.
- Uz **turbulentno** strujanje, model **idealnog** strujanja je dobra pretpostavka.
- Strujanje kroz nepokretni sloj katalizatora vodi do **disperzije** strujanja u aksijalnom (osnom) smjeru, pa se tada često koristi **model aksijalne disperzije**.
- Prisutnost katalizatora „poravnava” profile brzine po presjeku pa se i kod malih brzina strujanja može prihvatiti pretpostavka o idealnom strujanju

- Još složeniji modeli uzimaju u obzir prijenos topline i tvari u ***poprečnom*** (radijalnom) smjeru.
- Prijenos topline općenito je najznačajniji problem vezan uz izvedbu cijevnih reaktora.
- Za reakcije s većim topl. učinkom radijalni prijenos topline kroz sloj katalizatora je loš, pa nastaju radijalni temperaturni, a time i radijalni koncentracijski gradijenti.

- ***Složenost*** kinetičkog modela očituje se u broju ***kinetičkih*** parametara i u ***funkcijskom obliku*** samog modela.
- Modeli s više parametara su obično točniji, ali ujedno zahtijevaju opsežnija kinetička istraživanja (neovisna mjerenja).
- ***Složenost*** kinetičkog i reaktorskog modela vodi do nemogućnosti ***analitičkog*** rješenja bilanci množine tvari i topline. To vrijedi i za složene reakcije. Rješenje problema: numeričko rješavanje bilančnih jednažbi.
- ***Prisutnost više*** faza u reaktoru unosi ***heterogenost*** svojstava u reaktorskom prostoru.

- Obično se reaktorski prostor smatra **pseudohomogenim**, pa su tada veličine stanja u nekoj točki iste za sve faze. Tada se koriste **prosječne vrijednosti parametara**, npr. prosječni koeficijenti aksijalne i radijalne disperzije, toplinske vodljivosti, itd.
- Precizniji pristup (heterogeni modeli) uzima u obzir različitost svojstava pojedinih faza i posebno postavljanje bilanci za svaku prisutnu fazu – bilance su međusobno vezane brzinama procesa prijenosa te rubnim uvjetima odn. stanjima na granicama faza.
- Model **realnog** reaktora ne treba biti pretjerano složen, već **pouzdan i prikladan**.
- Za prvi proračun koriste se **jednostavni** modeli, a kasnije se model **proširuje** – uzimaju se u obzir utjecaji drugih procesa (npr. difuzije).

Matematički modeli cijevnih reaktora dijele se po dva osnovna kriterija i to:

s obzirom na prisutnost jedne ili više faza na:

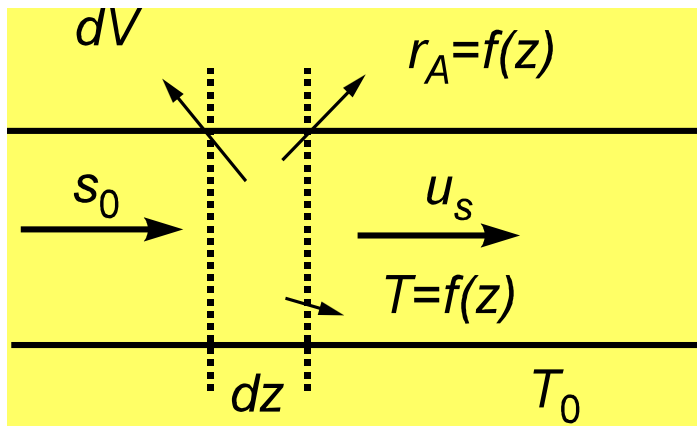
- ***homogene***, odnosno ***pseudohomogene*** modele i
- ***heterogene*** modele.

s obzirom na zavisnost veličina stanja o prostornim koordinatama na:

- jednodimenzijske modele (1D) i
- dvodimenzijske modele (2D).

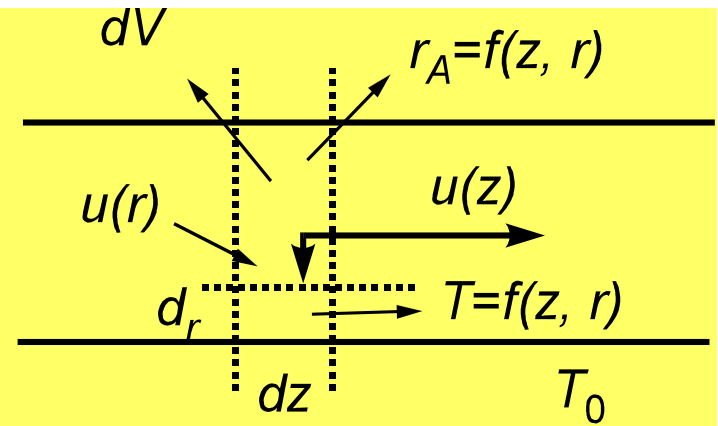
- Prema tome postoji ukupno **četiri** osnovne grupe modela (homogeni i heterogeni modeli mogu biti 1D i 2D).
- Jednodimenzijski modeli su **matematički** jednostavniji, sadržavaju **manji** broj **parametara**, a osnovne su pretpostavke sadržane u dva kriterija:
 - ❖ Zavisne varijable (koncentracija, temperatura) u stacionarnom radu reaktora funkcije su samo **dužine** reaktora.
 - ❖ **Difuzijski** fenomeni su općenito **zanemarivi** u usporedbi s konvektivnim prijenosom u osnom (aksijalnom) smjeru.

*Matematički to znači da su modeli predloženi s **običnim diferencijalnim jednadžbama**.*



a)

a) jednodimenzijski (1D) model CR



b)

b) dvodimenzijski (2D) model CR

Jednodimenzijski modeli

- Od **jednodimenzijskih modela** treba istaknuti:
 - a) model *idealnog strujanja (IS model)*,
 - b) model *laminarnog strujanja (LS model)* te
 - c) *disperzijski model (DS model)*.
- Ovi se modeli koriste za modeliranje reaktora za **homogene** kao i **heterogene** reakcijske sustave (“*pseudohomogeni modeli*”).

Dvodimenzijски modeli

- **Dvodimenzijски modeli** uzimaju u obzir promjene svojstava, odnosno veličina stanja i u ***poprečnom (radijalnom)*** smjeru.
- ❖ Uzrok promjenama su procesi ***difuzije i/ili disperzije*** te ***vođenja topline u radijalnom smjeru*** (po presjeku i kroz stijenu).
- ❖ Ti modeli se koriste uglavnom za ***heterogene*** sustave

- **Pseudohomogeni sustav** je u stvari heterogen, no pretpostavlja se da su *veličine stanja iste u obje faze*.

Izbor modela za realni reaktor zavisi od mnogih čimbenika, npr:

- ❖ od poznavanja kinetike,
 - ❖ poznavanja potrebnih parametara,
 - ❖ točnosti proračuna, mogućnost analitičkih rješenja, itd.
- **Za početni proračun** koriste se **jednostavni jednodimenzijski modeli**.

Model se odabire na osnovi dva bitna kriterija:

- Da li je kinetički model **prikladan** i kolika je **točnost** potrebnih parametara?
- Koje se pretpostavke mogu prihvatiti s obzirom na **prijenos topline i vrstu strujanja?**

Treba uvijek imati na umu **krajnju svrhu** modeliranja:

- složeniji model neće biti bolji od jednostavnijeg, ako su potrebni parametri i kinetički model netočno izračunati,
- pogreške u izračunu konverzija obično nisu velike, bez obzira pretpostavi li se idealno ili disperzijsko strujanje (pogotovo sa slojem krutog katalizatora).

Jednodimenzijski modeli

Jednodimenzijski modeli se često koriste **kao prvi proračun** iz više razloga:

- ❖ Mnoge se reakcije vode ***adijabatski*** pa tada ne postoje temperaturni ni koncentracijski gradijenti u radijalnom smjeru.
- ❖ Ako su ***reakcijske entalpije i temperaturne razlike*** između reakcijske smjese i okoline ***malene***, jednodimenzijski modeli su opravdani.
- ❖ Reaktori za ***homogene*** sustave obično se modeliraju s jednodimenzijskim modelima.

- ❖ Reaktori za **heterogene** sustave često se modeliraju **pseudohomogenim jednodimenzijskim** modelima (veličine stanja i parametri ne razlikuju se unutar reaktora s obzirom na agregatno stanje), npr. katalitički reaktori s nepokretnim slojem katalizatora ("fixed bed")
- ❖ Modeli su matematički jednostavni i ne zahtijevaju poznavanje dodatnih parametara, npr. koeficijenta prijenosa tvari i topline.
- ❖ Matematička **složenost** zavisi od složenosti **kinetičkog** modela.

Model idealnog strujanja (IS model)

- Model **idealnog strujanja** (IS model) je najjednostavniji (opisan je ranije).
- Model se sastoji od **bilanci množine tvari i topline**, a idealno strujanje je jedini način prijenosa tvari kroz reaktor.
- Osnovna bilanca tvari (ako je samo jedna reakcija u reaktoru) dana je s

$$F_A - (F_A + dF_A) = r_A dV$$

iz koje se izvode mnogi oblici uz korištenje drugih, međusobno povezanih veličina.

$$-u \frac{dC_A}{dz} = r_A$$

IS model

Tako je za **stacionarni rad**, uz $V = \text{konst.}$

$$r_A = C_{A_0} \frac{dX_A}{d\tau} = -v_0 \frac{dC_A}{dV} = -u \frac{dC_A}{dz} = -\frac{dC_A}{d\tau}$$

a također i

$$\frac{dX_A}{dz} = \frac{Ar_A}{F_{A_0}} = \frac{Ar_A}{v_0 C_{A_0}} = \frac{r_A}{C_{A_0} u}$$

a mogući su i drugi izvedeni oblici.

nezavisna varijabla: **dužina reaktora, z ili prostorno vrijeme, τ**

Model aksijalne disperzije (disperzijski model, DS)

- Po modelu **aksijalne disperzije** strujanje kroz reaktor se zamišlja da je u osnovi **idealno**, a na koje se zatim pridodaje strujanje **disperzijom odnosno miješanjem**.
- Disperzija** je uzrokovana različitim procesima u aks. smjeru, koji se mogu formalno predočiti **Fickovim zakonima difuzije**.
- Model je predodčen jednađbom


$$-u \frac{dC_A}{dz} + D_e \frac{d^2 C_A}{dz^2} = r_A$$

prijenos tvari
konvekcijom

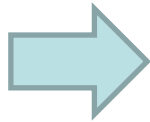
prijenos tvari
difuzijom

Prevođenje u bezdimenzijski oblik

složenost kinetičkog modela

$$x = z / L$$

$$\tau = L / u$$



$$\frac{D_e}{uL} \frac{d^2 C_A}{dx^2} - \frac{dC_A}{dx} - \tau r_A = 0$$

$$\frac{1}{Pe} \frac{d^2 C_A}{dx^2} - \frac{dC_A}{dx} - \tau r_A = 0$$

$$\frac{D_e}{uL} = DB \quad - \text{disperzijska značajka}$$

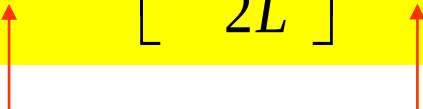
1/DB - Pecletova značajka, Pe

D_e – prosječni koeficijent difuzije

- Disperzijskim modelom opisuju se realni reaktori kada su strujanja ***turbulentna*** (u homogenim sustavima!) ili kada se radi o strujanjima kroz ***nepokretni sloj katalizatora*** (tzv. *fixed bed reactors*) - vektori brzina usmjereni su u aksijalnom smjeru.
- Uz kinetičke parametre postoji i ***parametar D_e*** kojim se karakterizira **iznos disperzije u aksijalnom smjeru**.
- Taj se parametar naziva ***prosječnim koeficijentom difuzije (ili aksijalne disperzije)*** $\Rightarrow$ u njemu su sadržani utjecaji molekularne difuzije, promjenljivih vektora brzina i dr. odstupanja od idealnog strujanja

$$\frac{1}{Pe} \frac{d^2 C_A}{dx^2} - \frac{dC_A}{dx} - \tau r_A = 0$$


- Analitička rješenja zavise o:
složenosti ***kinetičkog modela***,
izabranim ***rubnih uvjeta***, a poznata su za neke jednostavnije modele
reakcija
- Za reakciju prvog reda rješenje je

$$C_{A(z)} = \exp\left[\frac{Pe z}{2L}\right] \left\{ \underset{\uparrow}{C_1} \exp\left[a \frac{Pe z}{2L}\right] + \underset{\uparrow}{C_2} \exp\left[-a \frac{Pe z}{2L}\right] \right\}$$


C_1 i C_2 su konstante koje se moraju odrediti iz graničnih uvjeta.

$$Pe = \frac{u L}{D_e}$$



tzv. **Pecletova značajka** ili
obrnuti broj disperzije, dok je

$$a = \sqrt{1 + \frac{4k\tau}{Pe}}$$

- Problemi **rubnih uvjeta** zbog definiranja načina (vrste) strujanja prije ulaza u reaktor i nakon napuštanja reaktora.
- Prema **Danckwertsu** postavljaju se uvjeti za tzv. "**zatvorenu granicu**", a izvode se iz bilance fluksa kroz **ulaz**, odnosno izlaz iz dif. volumena reaktora.

ulaz:

$$uC_{A_u} = uC_A \Big|_{0^-}$$

odnosno,

izlaz

$$uC_{A_u} = uC_A \Big|_{0^+} + \left(-D_e \frac{dC_A}{dz} \right) \Big|_{0^-}$$

Ulaz u diferencijalni volumen na ulazu reaktora dan je isključivo konvektivnim strujanjem, dok je **izlaz** iz tog **ulaznog dif. volumena** predodčen i konvektivnim i difuzijskim prijenosom.

- **Izlaz iz reaktora:** $uC_{A_i} = C_{A(L^-)} = C_{A(L^+)}$

i

$$\left(\frac{dC_A}{dz} \right)_L = 0$$

- Uz ove uvjete računaju se konstante C_1 i C_2 pa je tada konačno:

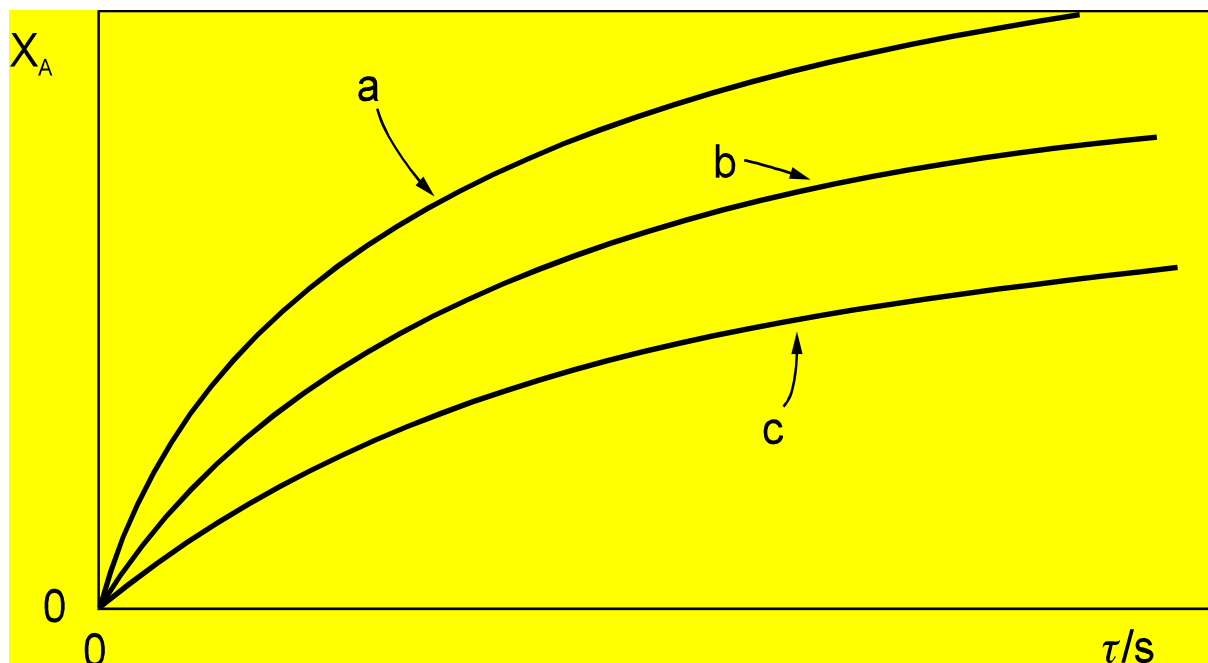
$$C_A = \frac{C_{A_0} 4a \exp\left[\frac{Pe}{2}\right]}{(1+a)^2 \exp\left[\frac{aPe}{2}\right] - (1-a)^2 \exp\left[\frac{-aPe}{2}\right]}$$

$$a = \sqrt{1 + \frac{4k\tau}{Pe}}$$

$Pe \rightarrow \infty$; ideal. CR
 $Pe \rightarrow 0$; ideal. PKR

analitičko rješenje modela aksijalne disperzije za reakciju prvog reda

- Konverzije su prema modelu aksijalne disperzije općenito **manje** od onih u idealnom cijevnom reaktoru, ali su **veće** od onih u PKR reaktoru.



Usporedba X_A u pojedinim reaktorima za reakciju prvog reda:

a) CR uz model idealnog strujanja;

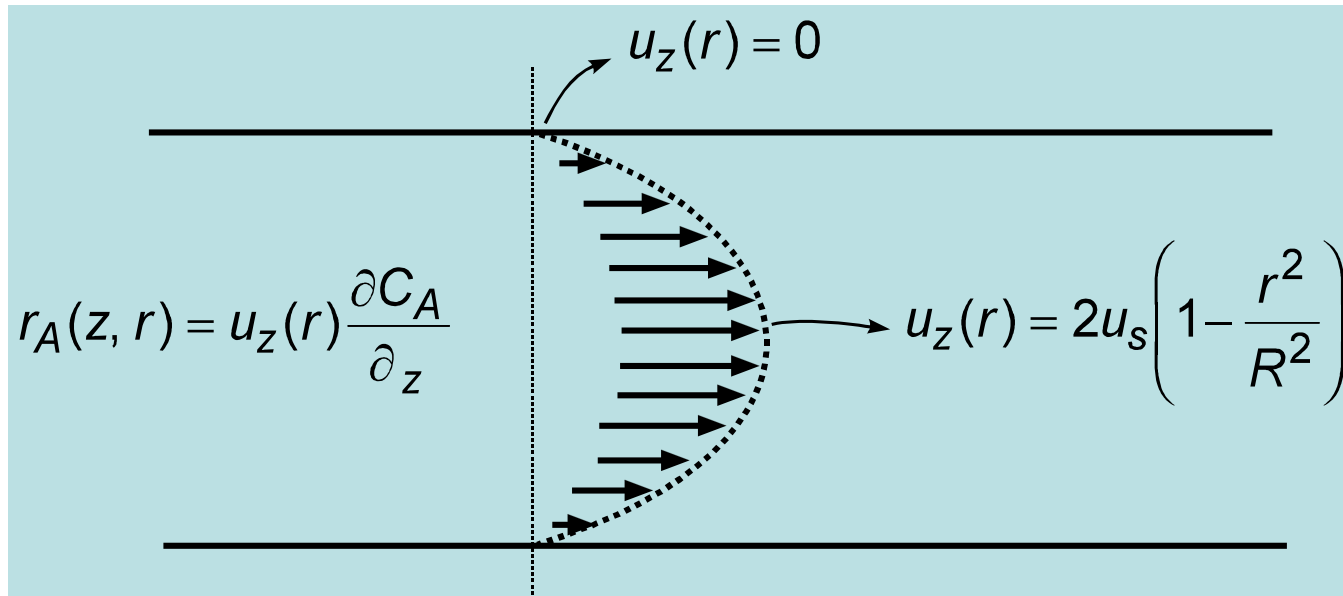
b) CR uz disperzijski model;

c) PKR uz idealno miješanje

- Analitička rješenja moguća su i za neke druge jednostavne kinetičke modele.

Model uz laminarno strujanje (LM)

- LM model, uključuje pretpostavku ***laminarnog*** strujanja reakcijske smjese.
- Koristi se uglavnom **za reaktore s homogenom reakcijskom smjesom (g ili l), za reakcije koje nisu prebrze, odnosno kojima je potrebno dulje vrijeme zadržavanja (manji protoci).**



raspodjela vrijednosti varijabli i parametara u radijalnom smjeru

- Prema tome, postojat će koncentracijski, a također i temperaturni gradijent u **radijalnom** (poprečnom) presjeku.
- Prisutnost difuzije smanjuje te razlike, ali ne značajno (posebice u kapljevitim sustavima).
- Bilanca množine tvari slična je onoj za idealni cijevni reaktor uz razliku da je **brzina strujanja** funkcija **polumjera** reaktora, r

$$r_A = u_z(r) \frac{\partial C_A}{\partial z} \quad (1)$$

- Za jedan određeni radius, brzina je stalna, pa se izraz (1) može smatrati običnom diferencijalnom jednačbom za $r = \text{konst.}$

- Laminarno strujanje ima **paraboličan profil brzina**,

$$u_z(r) = 2u_s \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] = u_{maks.} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

- u_s i $u_{maks.}$ - srednja, odnosno maksimalna brzina strujanja.
- Maksimalna brzina strujanja, $u_{maks.}$** računa se iz Poiseuilleove jednačbe

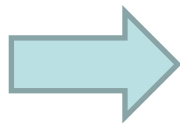
$$u_{maks.} = \frac{R^2 (P_1 - P_2)}{4\mu L}$$

P_1, P_2 – tlakovi na ulazu
odn. izlazu iz reaktora
 μ - viskoznost reakc. smjese

$$u_s = \frac{1}{2} u_{maks.} = \frac{v_0}{A_s}$$

A_s - površina presjeka reaktora

$$r_A = u_z(r) \frac{\partial C_A}{\partial z}$$



$$r_A = 2u_s \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \frac{\partial C_A}{\partial z}$$

Model uz laminarno strujanje (LM)

- **Analitička rješenja** LM moguća su **za jednostavne kinetičke modele**, *npr. za reakciju prvog reda*, $r_A = kC_A$

$$C_A(r) = C_{A_0} \exp \left[\frac{-kL}{2u_s \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]} \right]$$

Srednja ili prosječna izlazna koncentracija dana je izrazom

$$C_{A_s} = \frac{1}{v_0} \int_0^R C_{A_i}(r) u_z(r) 2\pi r dr$$

jer je

$$C_{A_s} = \frac{F_{A_i}}{u_s A_s} = \frac{F_{A_i}}{u_s R^2 \pi} = \frac{F_{A_i}}{v_0}$$

a

$$F_{A_i} = \int_0^R C_{A_i}(r) u_z(r) 2\pi r dr$$

- Npr., za reakciju prvog reda, srednja izlazna koncentracija je

$$C_{As} = \frac{1}{v_0} \int_0^r C_{A_0} \exp \left[\frac{-kL}{Lu_s \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]} \right] 2u_s \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] 2\pi r dr$$

Jednadžba se ne može analitički riješiti već jedino numerički (računa se integral!)

Bilance topline uz 1D modele za homogene sustave

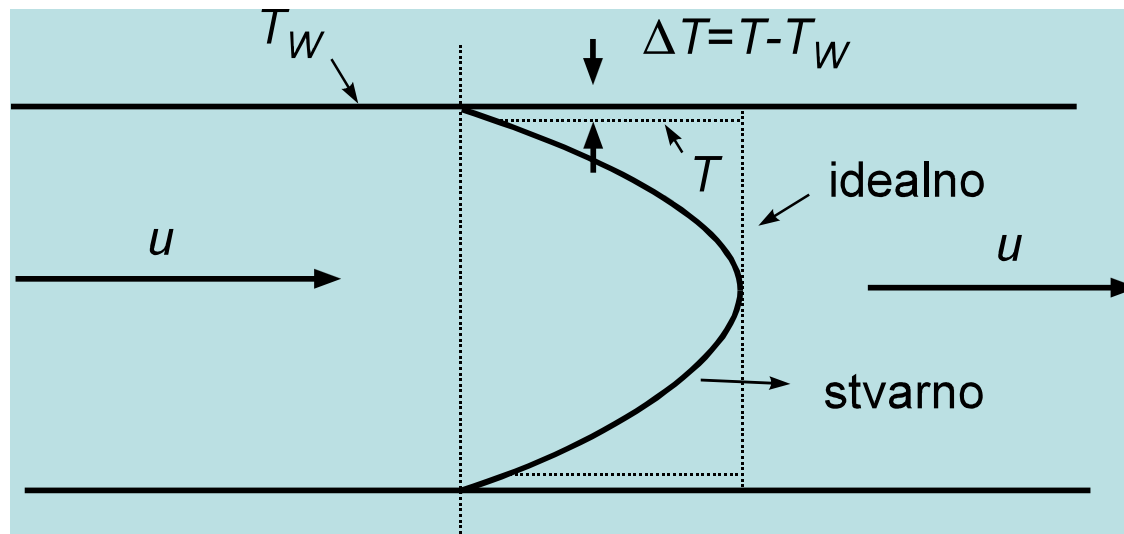
Bilanca topline za IS model

- *Pretpostavka:*

Toplina se prenosi samo ***konvekcijom, idealnim strujanjem***, pa je prema tome temperatura ***stalna*** po ***presjeku*** reaktora (izuzev kod LS modela).

- Ako se reaktor grije ili hladi kroz stijenku, realno je da će nastati temperaturni gradijent.

- Uz navedenu pretpostavku o stalnosti temperature u radijalnom smjeru, zamišlja se da **razlika temperatura između reakcijske smjese i okoline postoji u vrlo uskom sloju** uz samu stijenku reaktora (uz uvjet umjerenih razlika temperatura i manjih količina topline koje se moraju prenijeti s reakcijske smjese u okolinu),



Idealizacija prijenosa topline kod 1D modela CR

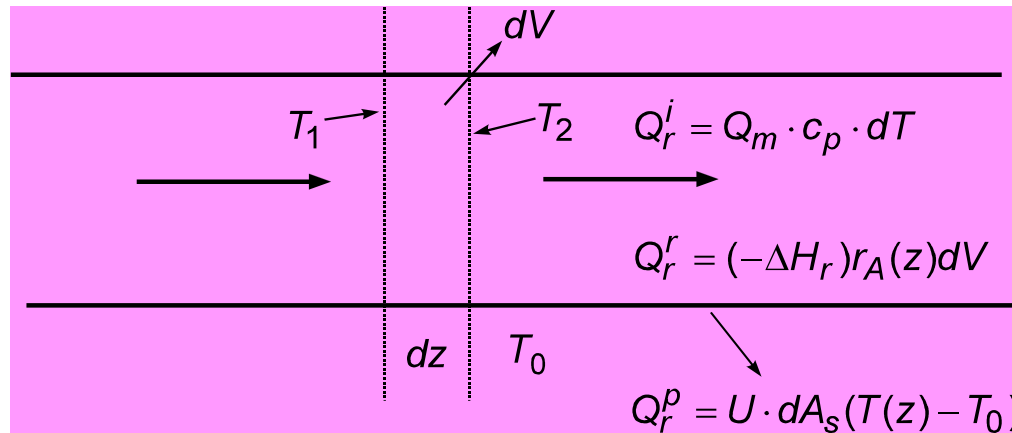
- U stvarnosti ova idealizacija nije realna, profili temperatura po presjeku su obično približno parabolični (pogotovo ako reakcije imaju veću reakc. entalpiju).
- Samo ako su presjeci reaktora *maleni*, a količine topline koje se prenose *nisu velike*, aproksimacija zadovoljava.
- Prema tome, potrebno je poznavati ***ukupni koeficijent prolaza topline***, a koji ne zavisi od dužine reaktora (uz IS model).

Bilanca topline prema 1D modelu uz id. strujanje

- Temperatura se mijenja samo u aksijalnom smjeru, dok je u radijalnom stalna. U ne zavisi od dužine. Bilanca topline je tada

$$Q_{m_0} c_{p_s} dT = (-\Delta H_r) r_A dV + U dA_s (T - T_0)$$

- Izraz vrijedi za **stacionarni rad reaktora**, uz napomenu da c_{p_s} i $(-\Delta H_r)$ mogu biti **funkcije dužine reaktora**



$$dV = A_s dz = r^2 \pi dz$$

$$dA_s = 2r\pi dz$$

Bilanca topline prema 1D IS modelu cijevnog reaktora

- Neki izvedeni izrazi za izračunavanje **profila temperature po dužini reaktora** koji se često koriste:

$$\frac{dT}{dV} = \frac{(-\Delta H_r) r_A}{Q_{m_0} c_{p_s}} + \frac{2U}{c_{p_s} R Q_{m_0}} (T - T_0)$$

ili

$$\frac{dT}{dz} = \frac{(-\Delta H_r) r_A}{\frac{Q_{m_0} c_{p_s}}{A_s}} + \frac{2U}{\frac{c_{p_s} R Q_{m_0}}{A_s}} (T - T_0)$$

ili

$$\frac{dT}{dz} = \frac{(-\Delta H_r)}{\rho u c_{p_s}} r_A + \frac{2U}{\rho u c_{p_s} R} (T - T_0)$$

R - polumjer
reaktora

$$Q_{m_0} c_{p_s} dT = (-\Delta H_r) r_A dV + U dA_s (T - T_0)$$

- Za slučaj adijabatskog ili izotermnog (po prostoru) rada reaktora bilance su jednostavnije.

Adijabatski rad:
(čest u praksi)

$$Q_{m_0} c_{p_s} dT = (-\Delta H_r) r_A dV$$

ili

$$\frac{dT}{dz} = \frac{(-\Delta H_r) A_s}{Q_{m_0} c_{p_s}} r_A$$



$$dV = A_s dz = r^2 \pi dz$$

bilanca množine tvari, npr.

ili

$$\frac{dT}{dz} = \frac{(-\Delta H_r)}{\rho u c_{p_s}} r_A$$



$$\frac{dX_A}{dz} = \frac{Ar_A}{F_{A_0}} = \frac{Ar_A}{v_0 C_{A_0}} = \frac{r_A}{C_{A_0} u}$$

- Također vrijedi, uz uvrštavanje bilanci množine tvari $\Rightarrow$ **analitičko rješenje**:

$$T_i = T_u + \frac{(-\Delta H_r)F_{A_0}}{Q_{m_0} c_{p_s}} X_A$$

adijabatski rad

ili

linearna zavisnost T o konverziji

$$T_i = T_u + \frac{(-\Delta H_r)C_{A_0}}{\rho c_{p_s}} X_A$$

uz $X_A = 100\%$



$$T_i - T_u = A_f = \frac{(-\Delta H_r)C_{A_0}}{\rho c_p}$$

adijabatska značajka

$$Q_{m0} c_{p_s} dT = (-\Delta H_r) r_A dV + U dA_s (T - T_0)$$

- U **izotermnom radu** temperatura reaktora na izlazu jednaka je onoj na ulazu (odn. reakc. toplina prenosi se u okolinu),

$$(-\Delta H_r) r_A dV = U dA_s (T - T_0)$$

- U ovom se slučaju **temperatura rashladnog ili zagrijevnog medija mora mijenjati po dužini reaktora, jer se i reakcijska entalpija mijenja u aksijalnom smjeru odn. po dužini.**
- Kako je T stalna temperatura (izoterman rad) u reaktoru za proračun je dovoljna **samo bilanca množine tvari.**
- Napomena:** Izotermni način rada CR u praksi je vrlo rijedak i predstavlja izuzetak - **moгуć je samo uz malene reakcijske entalpije.**

$$\uparrow dV = A_s dz = r^2 \pi dz$$

$$\uparrow dA_s = 2r\pi dz$$

Može se napisati:

$$T_o(z) = T + \frac{(-\Delta H_r) r_A R}{2U}$$

izoterman rad

za reakciju prvog reda:

$$T_o(z) = T + \frac{(-\Delta H_r) R}{2U} k C_{A_0} \exp\left[-\frac{k z}{u}\right]$$

CR uz 1D homogene modele uz pretpostavku id. strujanja (IS model)

Bilanca topline za DS model

Analogno bilanci množine tvari

$$D_e \frac{d^2 C_A}{dz^2} - u \frac{dC_A}{dz} - r_A = 0$$

postavlja se **bilanca topline za DS model**

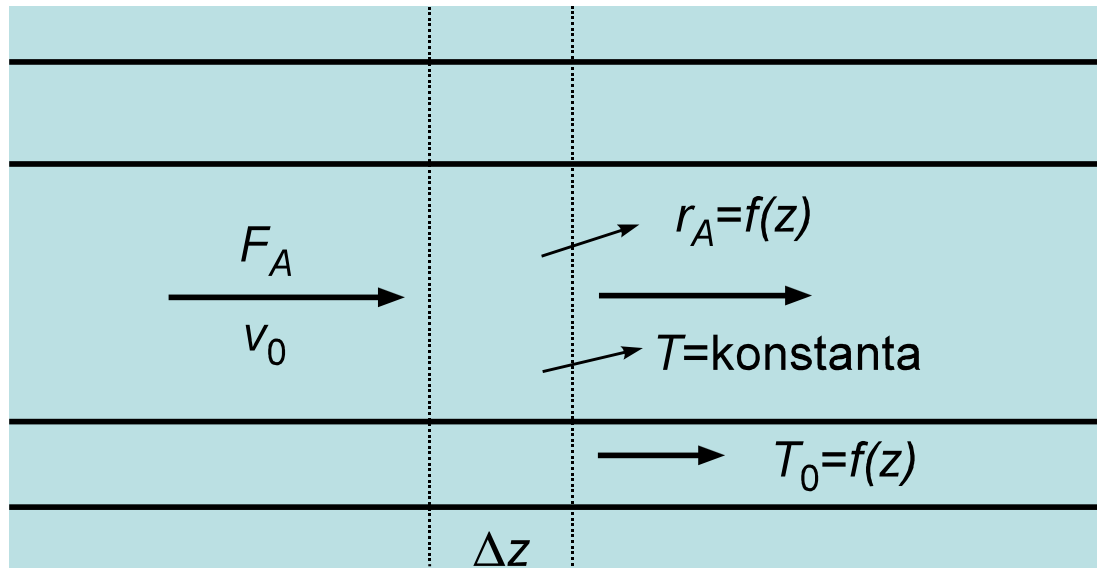
$$h_e \frac{d^2 T}{dz^2} - u \frac{dT}{dz} - \frac{2U(T - T_p)}{R\rho c_p} - \frac{\Delta H}{\rho c_p} r_A = 0$$

h_e – aksijalni koeficijent disperzije topline

- uz identične rubne uvjete kao i za bilancu množine tvari
- ako disperzija nije velika (mala odstupanja od id. strujanja) – koristi se bilanca topline kao za IS model

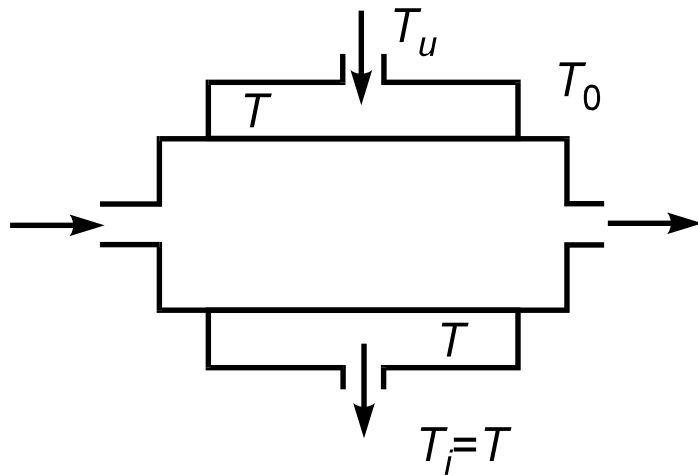
Grijanje ili hlađenje CR

- ***Grijanje ili hlađenje*** cijevnih reaktora moguće je prijenosom topline kroz ***stijenku*** reaktora.
- Toplina se obično prenosi na ***medij za grijanje ili hlađenje*** koji struji kroz ***plašt*** reaktora.
- Prema tome, uz postavljanje bilanci za množinu tvari i količinu topline u reaktoru potrebno je postaviti ***bilancu topline*** i ***bilancu za medij u plaštu***.
- Medij kroz plašt može prolaziti na način ***idealnog miješanja*** i načinom ***idealnog strujanja***.



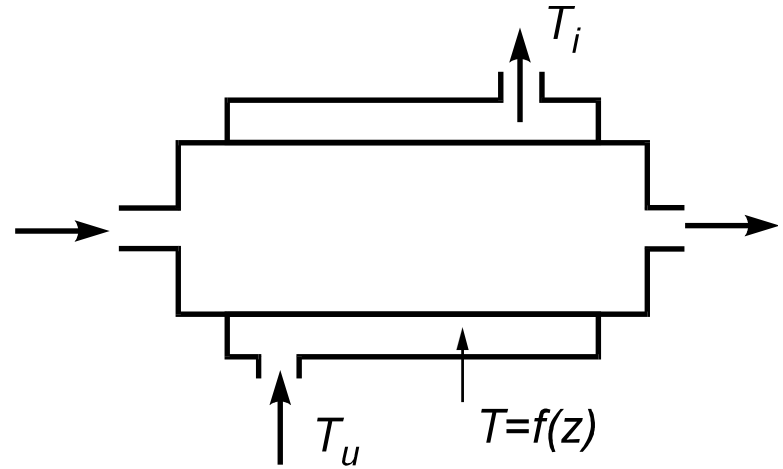
Cijevni reaktor u **izotermnom** radu; **promjena temperature medija za prijenos topline po dužini reaktora** (reakc. entalpija mijenja se u aksijalnom smjeru)

Prijenos topline kroz plašt cijevnog reaktora



a)

medij struji uz **idealno miješanje**



b)

medij prolazi kroz plašt **na način idealnog strujanja**

- Uz **idealno miješanje**, bilanca topline za medij je:

$$Q_{m_0} c_p (T_u - T_m) - Q_r = 0$$

stacionaran rad

Q_{m_0} - maseni protok medija, kg/s,
 T_u i T_m su temperature medija na ulazu u plašt, odnosno u plaštu (i na izlazu!).

Q_r - ukupna topline koja se predaje mediju u jedinici vremena, kJ/s,

$$Q_r = U_s A_s (T_m - T)$$

U_s - srednji ukupni koeficijent prolaza topline kroz stijenu,

T - srednja temperatura unutar reaktora.

- Za **nestacionarni rad** (u prijelaznom periodu), bilanca topline je

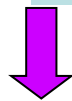
$$G_m c_p \frac{dT_m}{dt} = Q_{m_0} c_p (T_u - T_m) - Q_r$$

slično kao kod KR!

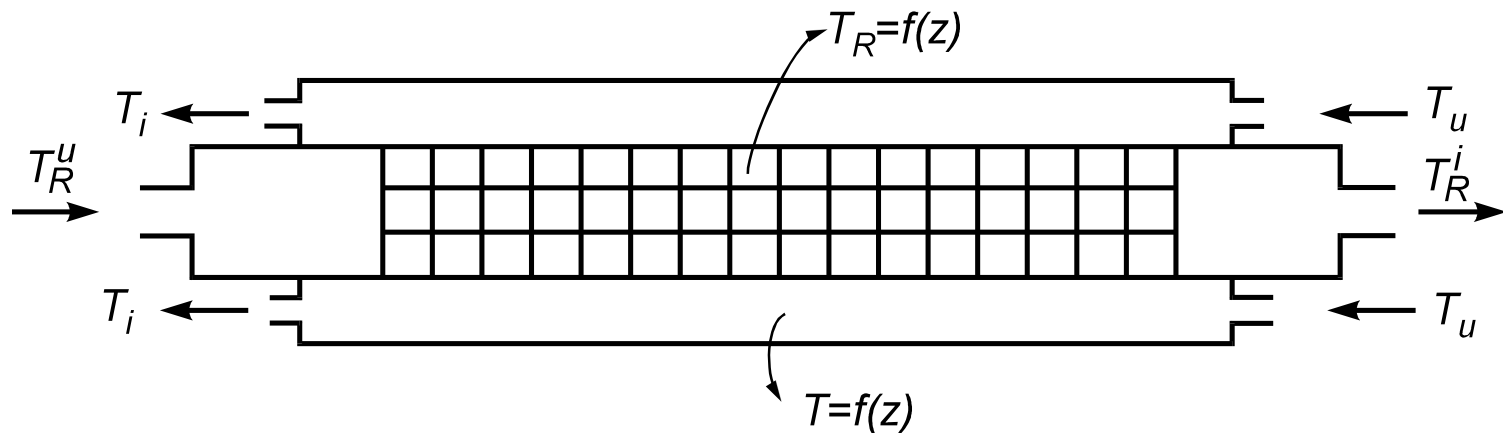
- Kod cijevnih reaktora tipa **izmjenjivača topline** (reaktori s nepokretnim slojem katalizatora), **medij za prijenos topline uglavnom protječe na način idealnog strujanja**, pa bilanca topline **za stac. rad** glasi

$$\mp Q_{m_0} c_p \frac{dT_m}{dz} - q_r = 0$$

q_r – toplotina koja se prenese kroz jediničnu površinu stijenke



Plus i minus predznak uz član za akumulaciju topline označava istosmjerno (+), odnosno protustrujno (-) strujanje reakcijske smjese i medija za prijenos topline!



Cijevni reaktor tipa izmjenjivača topline uz protustrujno strujanje reakcijske smjese i medija za prijenos topline

- **Prenijeta toplina kroz stijenku jednaka je**

$$q_r = U(z)dz (T_m(z) - T_r(z))$$

- Ukupni koeficijent prijenosa topline, U ; temperatura medija, T_m i temperatura reakcijske smjese u reaktoru, T_r mogu biti **funkcije dužine**.

U **nestacionarnom radu** vrijedi:

$$Q_{m_0} c_p \frac{\partial T_m}{\partial z} + q_r = \rho A_s c_p \frac{\partial T_m}{\partial t}$$

A_s - površina presjeka plašta,

ρ - gustoća medija.

- Moguće su i druge izvede grijanja ili hlađenja CR

npr. **neposredno zagrijavanje plamenom ili hlađenje u struji zraka**, što podrazumijeva i druge oblike bilanci topline!