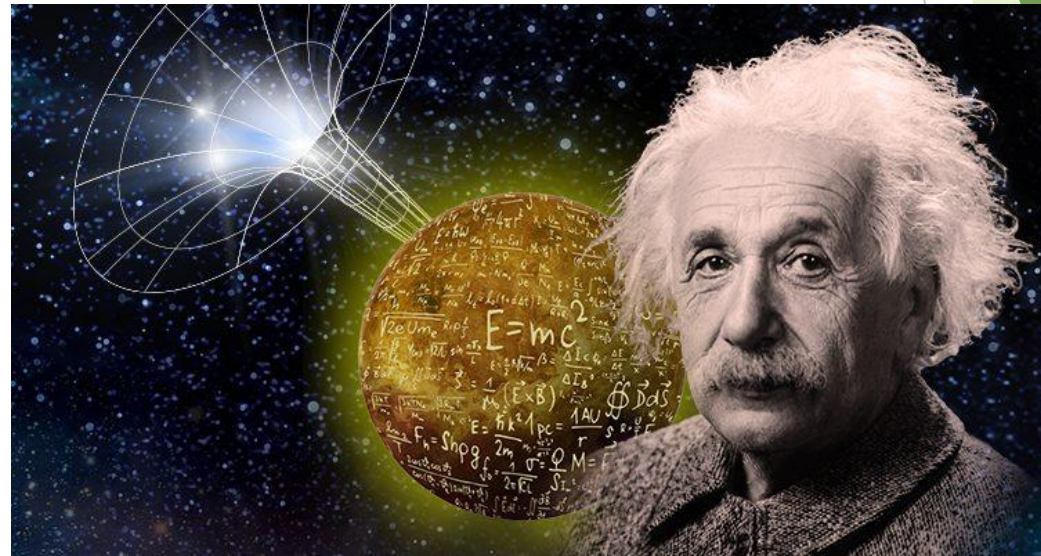
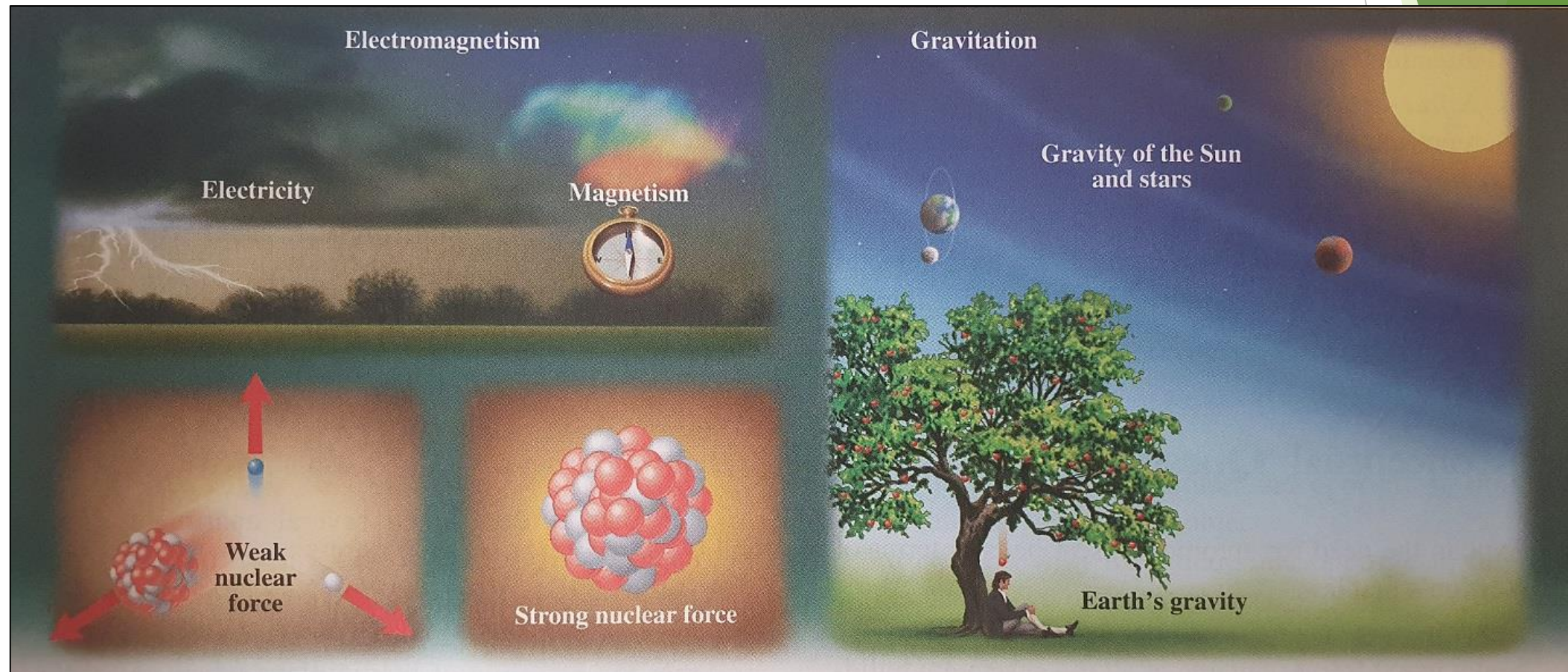




Fizika I

GRAVITACIJA
RELATIVISTIČKA MEHANIKA

8. GRAVITACIJA

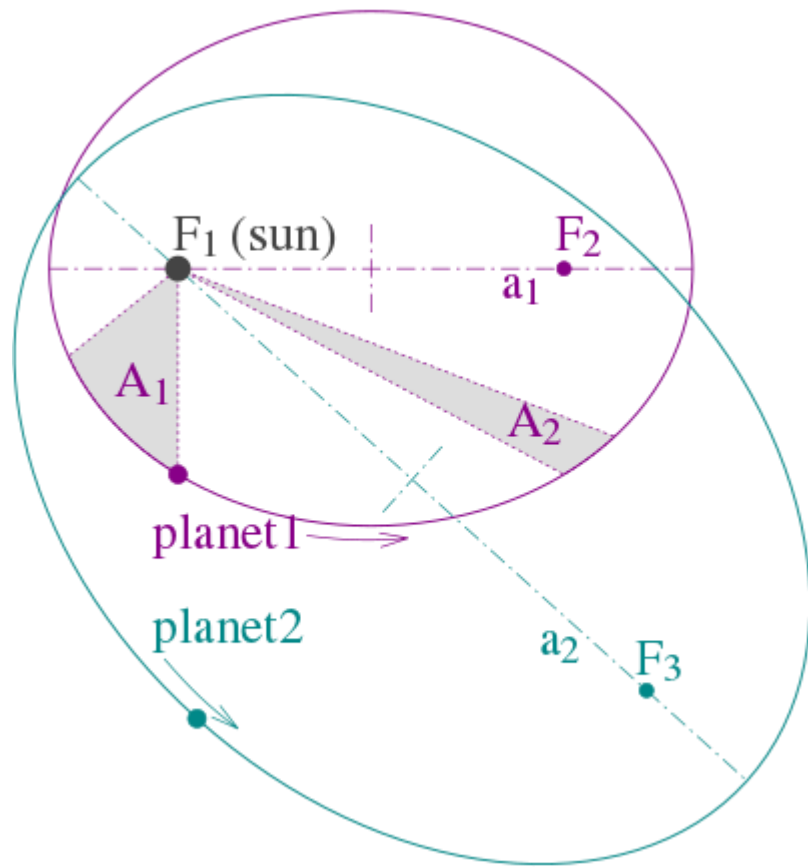


GRAVITACIJA

Promatranje gibanja nebeskih tijela → privlačna sila među tijelima

- ▶ **Claudius Ptolemeus** (100. - 170.) - geocentrični sustav.
- ▶ **Nikola Kopernik** (1473. - 1543.) - heliocentrični sustav.
- ▶ Galileo Galilei (1564.-1642.) podržao i nastavio Kopernikova istraživanja.
- ▶ utvrdio da je ubrzanje Zemljine sile teže bilo kojega padajućeg tijela na površini Zemlje konstantno i da je jednako za sva tijela.
- ▶ **Tycho Brahe** (1546.-1601.) - danski astronom; precizno bilježio putanje nebeskih tijela (planeta i 777 zvijezda - oko + kompas + sekstant).
- ▶ 1600. asistent **Johannes Kepler** (1571.-1630.); njemački astronom
→ **Keplerovi zakoni**
- ▶ 1684. **Edmond Halley** → gravitacijska sila između Sunca i planeta opada s kvadratom udaljenosti.

Keplerovi zakoni

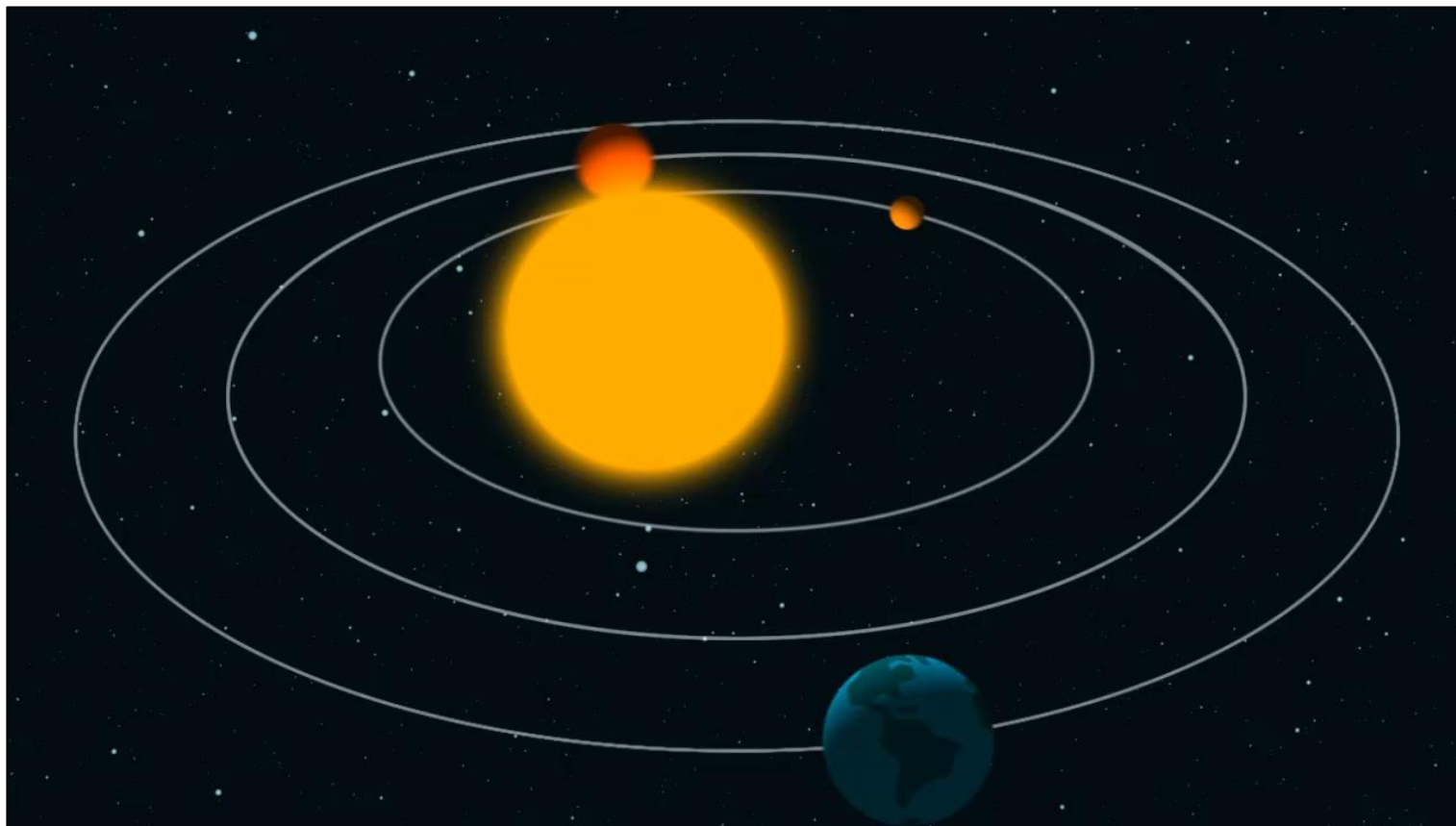


1. Svi planeti kreću se po elipsama, a u jednom od žarišta elipsi nalazi se Sunce.
2. Radijusvektor (vektor koji ide od središta Sunca do središta planeta) u jednakim vremenskim intervalima opisuje jednake površine.
3. Kvadrati ophodnih vremena planeta oko Sunca odnose se kao kubovi velikih poluosi njihovih eliptičnih putanja:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Sva tri Keplerova zakona mogu se izvesti iz Newtonovih zakona i zakona gravitacije.

Video: Keplerovi zakoni



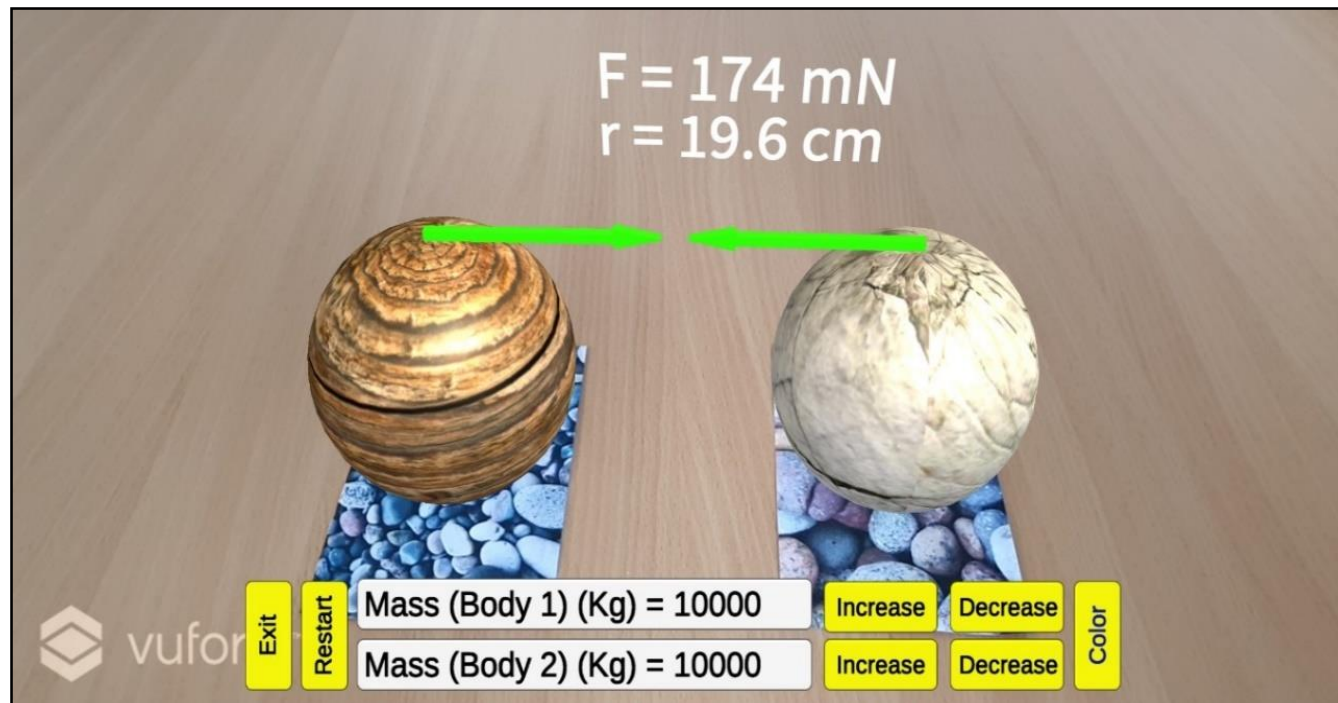
Astronomical Data[†]

Body	Mass (kg)	Radius (m)	Orbit radius (m)	Orbital period
Sun	1.99×10^{30}	6.96×10^8	—	—
Moon	7.35×10^{22}	1.74×10^6	3.84×10^8	27.3 d
Mercury	3.30×10^{23}	2.44×10^6	5.79×10^{10}	88.0 d
Venus	4.87×10^{24}	6.05×10^6	1.08×10^{11}	224.7 d
Earth	5.97×10^{24}	6.37×10^6	1.50×10^{11}	365.3 d
Mars	6.42×10^{23}	3.39×10^6	2.28×10^{11}	687.0 d
Jupiter	1.90×10^{27}	6.99×10^7	7.78×10^{11}	11.86 y
Saturn	5.68×10^{26}	5.82×10^7	1.43×10^{12}	29.45 y
Uranus	8.68×10^{25}	2.54×10^7	2.87×10^{12}	84.02 y
Neptune	1.02×10^{26}	2.46×10^7	4.50×10^{12}	164.8 y
Pluto‡	1.31×10^{22}	1.15×10^6	5.91×10^{12}	247.9 y

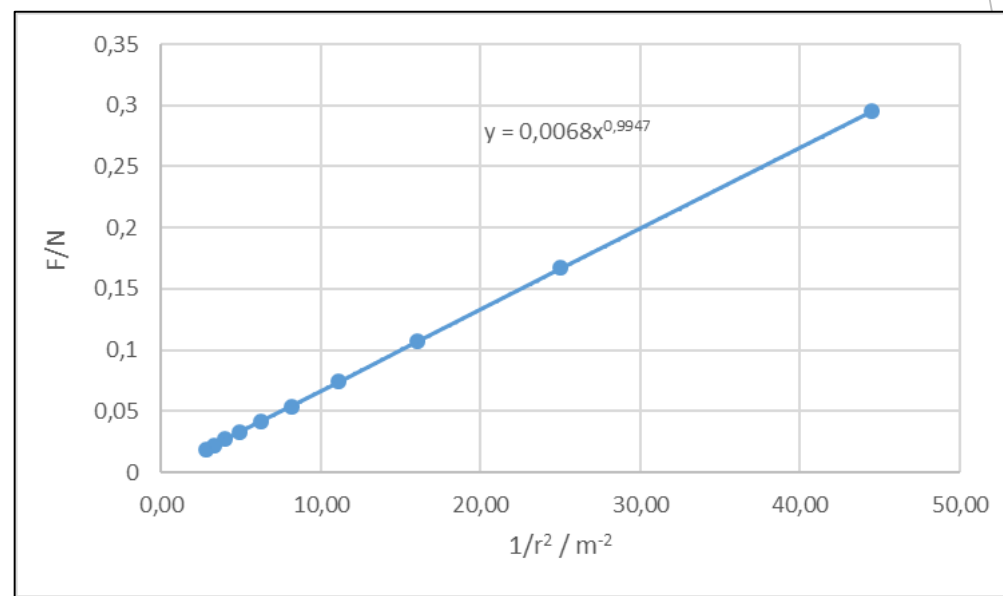
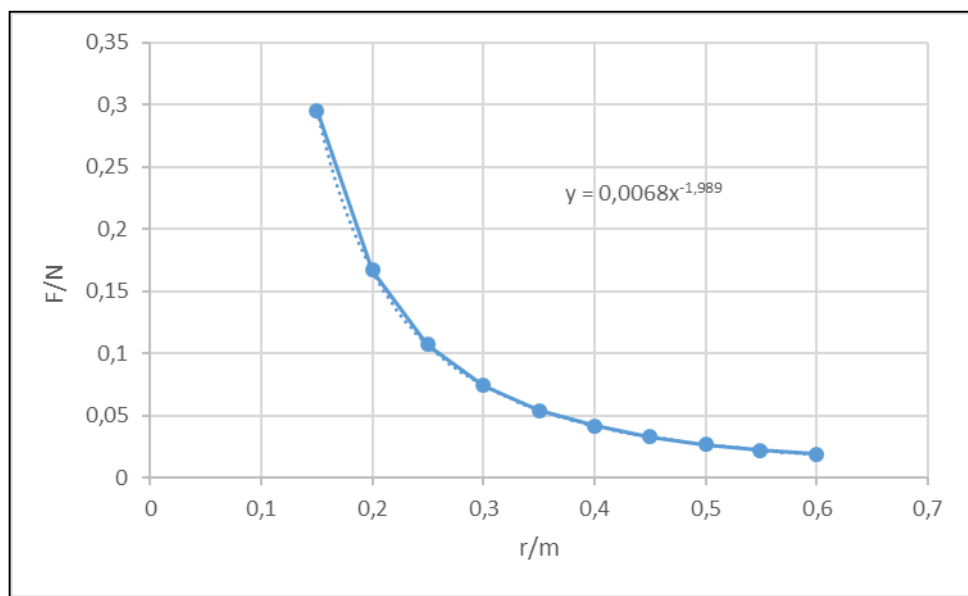
Simulacija: VR solarni sustav



Kakva je priroda sile između dvije mase - gravitacijske sile ?

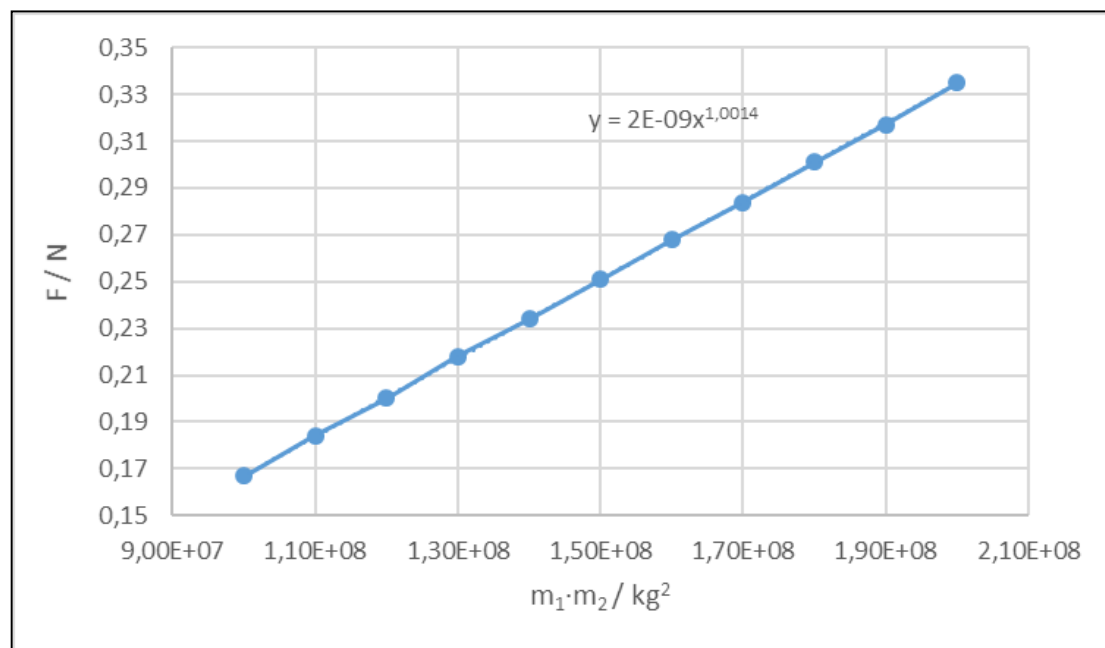


Aktivnost 1: Ovisnost sile o udaljenosti



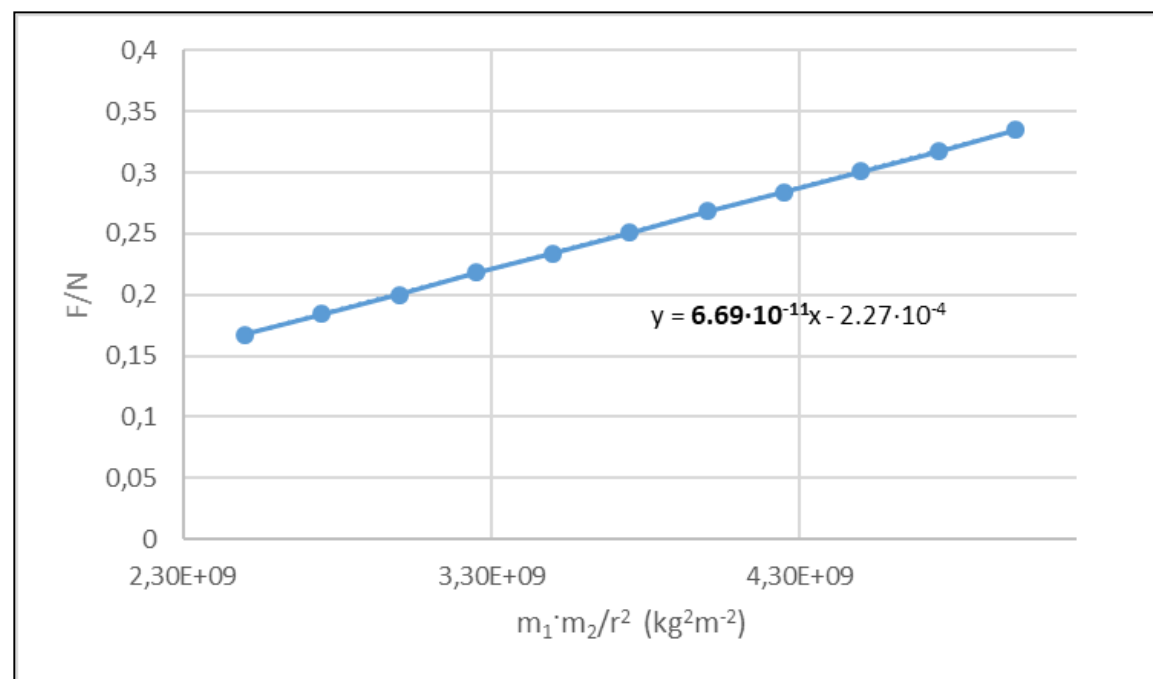
$$F_{12} \sim \frac{1}{r^2}$$

Aktivnost 2: Ovisnost sile o umnošku masa



$$F_{12} \sim m_1 m_2$$

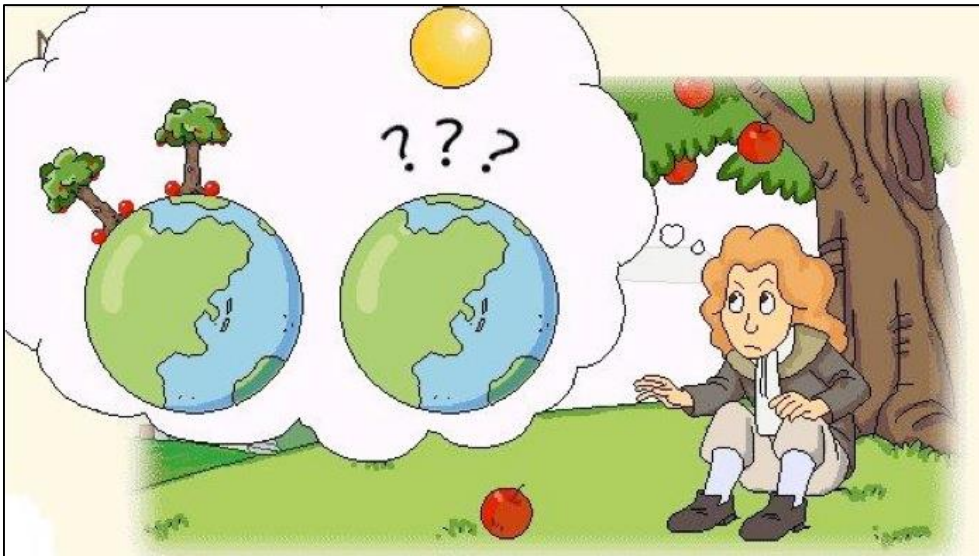
Aktivnost 3: Univerzalna gravitacijska konstanta



$$F_{12} \sim \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Newtonov zakon gravitacije

- ▶ 1687. **Isaac Newton** → *Philosophie naturalis principia mathematica*
(Matematički principi filozofije prirode)
- opisao gibanje nebeskih i zemaljskih tijela pomoću zakona gravitacije



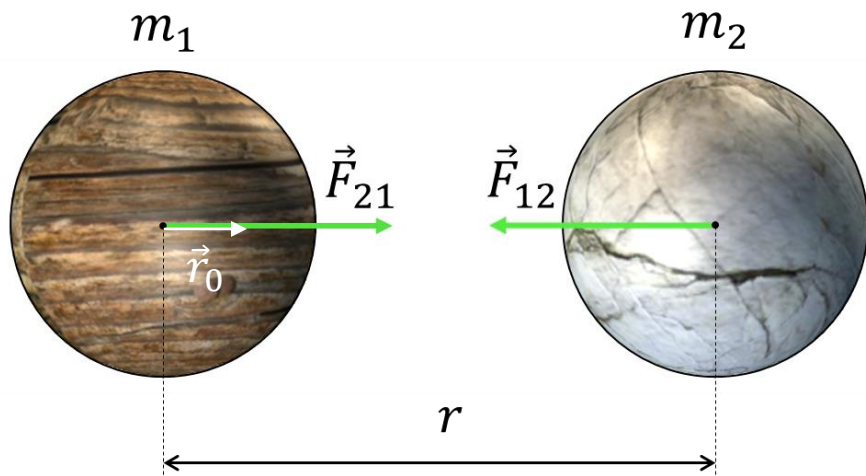
- Pad jabuke sa stabla i gibanje Mjeseca oko Zemlje uzrokuje ista sila
→ gravitacijsko privlačenje dviju masa.

Aproksimacija:

- Sva je masa Zemlje skoncentrirana u njezinu središtu.

Newtonov zakon gravitacije

- ▶ Akceleracija slobodnog pada ne ovisi o masi tijela → gravitacijska sila proporcionalna je masi tijela.
- ▶ Princip akcije i reakcije → gravitacijska sila proporcionalna je umnošku masa obaju tijela.
- ▶ Gravitacijska sila ovisi o udaljenosti $\sim 1/r^2$

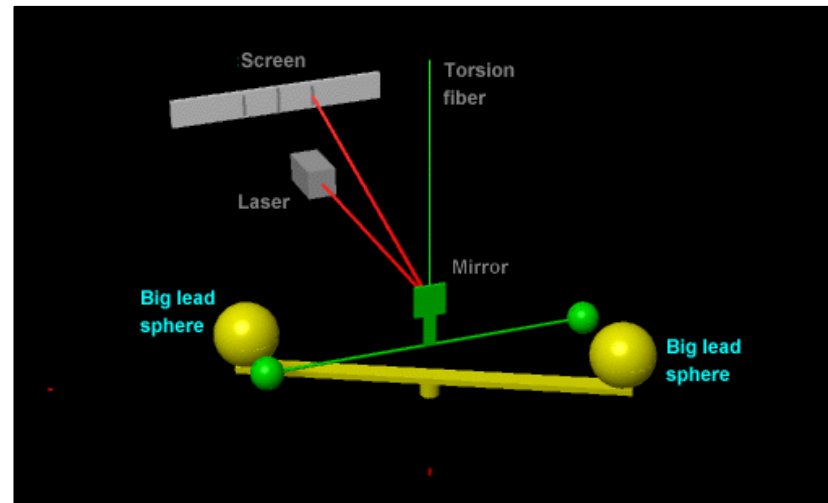
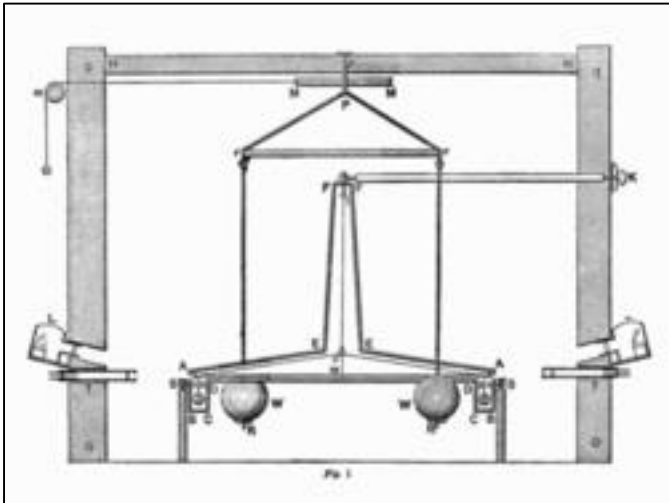


$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}_0$$

G - opća gravitacijska konstanta jednaka za sve parove čestica u svemiru.

Određivanje gravitacijske konstante

- 1798. Cavendish, odredio torzijskom vagom.



dvije male
kugle i dvije
velike olovne
kugle

gravitacijsko privlačenje kugli:

izmjeran kut zakreta niti + poznata torzijska konstanta →

$F \rightarrow G$

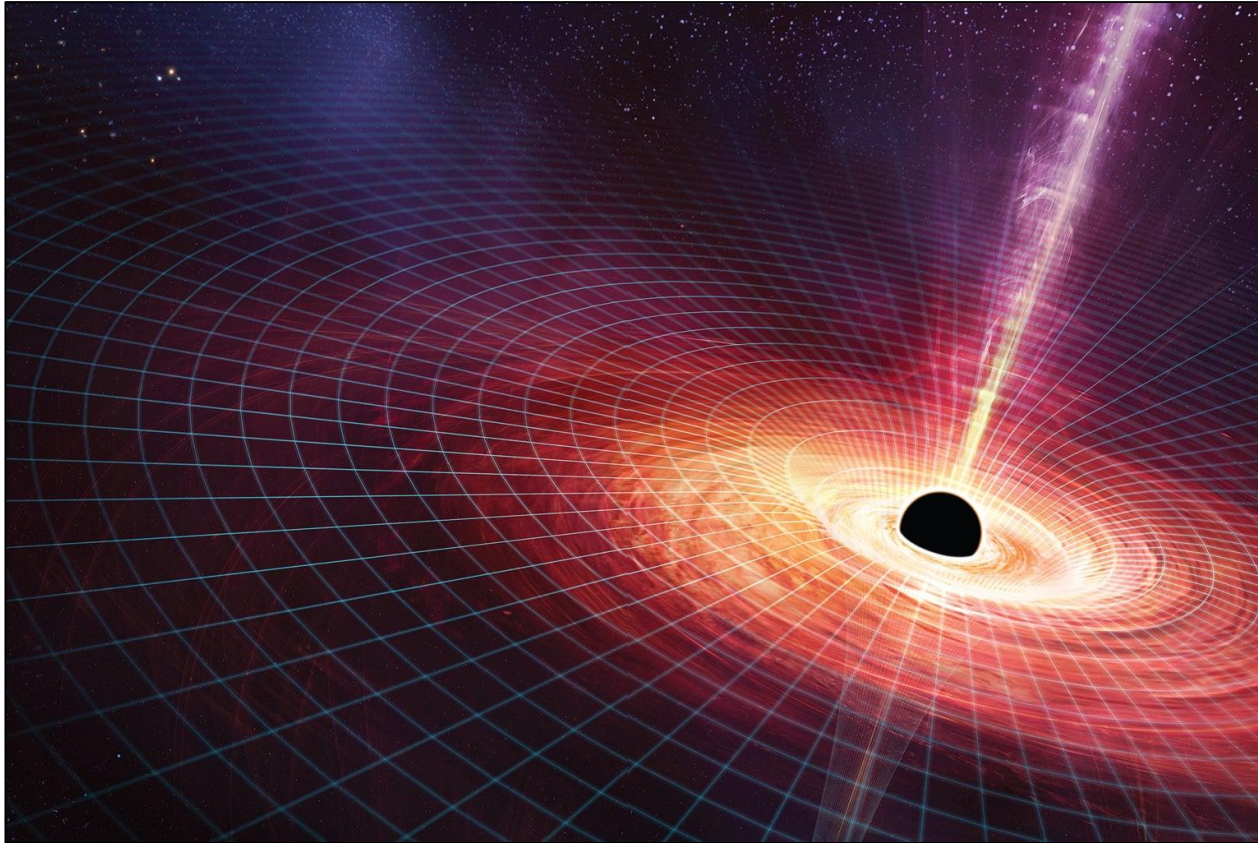
$$G = (6,672 \pm 0,004) \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

slaba sila

Gravitacijsko polje

- ▶ Gravitacijska sila djeluje na daljinu → korisno je definirati **POLJE** kao **prostor u kojem djeluje sila**.
- ▶ Polje postoji u svakoj točki prostora. Izvor polja je tijelo (m_1) koje stvara gravitacijsko polje u okolnom prostoru.
- ▶ Postojanje polja utvrđujemo postavljanjem probnog tijela (m_2) u određenu točku prostora i mjerenjem sile na to tijelo.
- ▶ **Jakost gravitacijskog polja = gravitacijska sila po jedinici mase tijela na koje djeluje ta sila.**

▶ $\vec{\gamma} = \frac{\vec{F}_{12}}{m_2}$, $\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}_0$  $\vec{\gamma} = -G \frac{m_1}{r^2} \vec{r}_0$



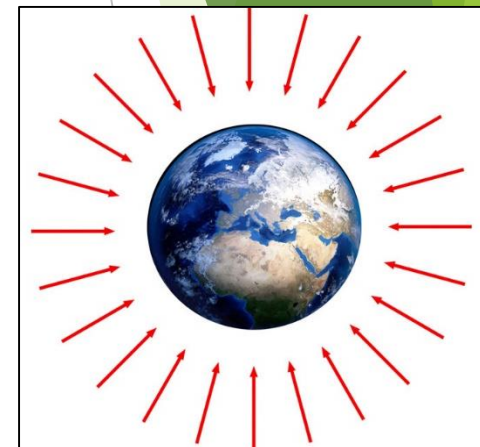
Gravitacijsko polje Zemlje

- ▶ Ako je m_1 masa Zemlje M_Z , a tijelo je na površini Zemlje ($r = R_Z$) tada vrijedi:

$$\vec{\gamma} = -G \frac{M_Z}{R_Z^2} \vec{r}_0$$

$$g = G \frac{M_Z}{R_Z^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{(6371 \cdot 10^3)^2} \approx 9,81 \text{ m/s}^2$$

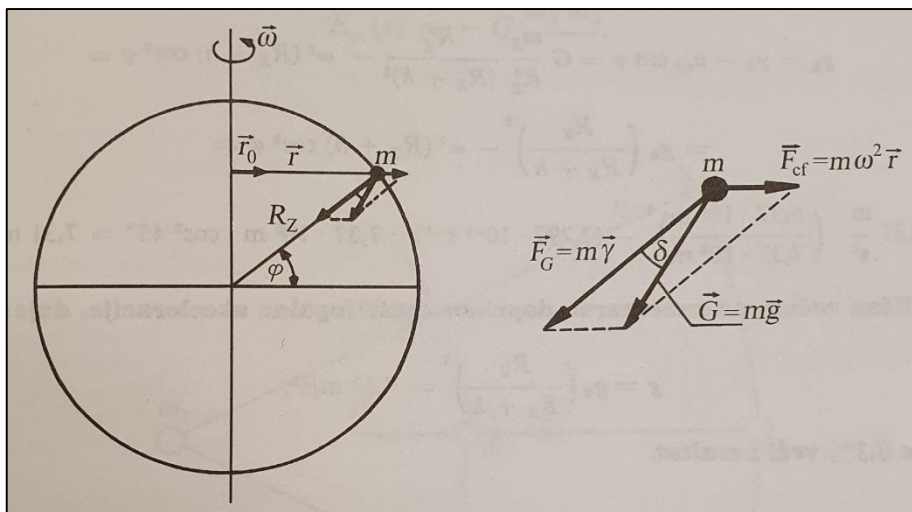
- ▶ **Vektor!** Smjer prema izvoru polja: m_1



- ▶ Dodatne korekcije vrijednosti g :

- ▶ Spljoštenost Zemlje: g je veći na polu (manji r), a manji na ekvatoru (veći r).
- ▶ Centrifugalna sila - zbog vrtnje Zemlje oko svoje osi.

Gravitacijsko polje Zemlje



- ▶ R_Z - polumjer Zemlje,
- ▶ ω - kutna brzina Zemlje ($2\pi / 24\text{h}$),
- ▶ φ - geografska širina

$$\vec{G} = \vec{F}_G + \vec{F}_{cf}$$

$$\vec{F}_{cf} = m\omega^2\vec{r} = m\omega^2R_Z\cos\varphi\vec{r}_0$$

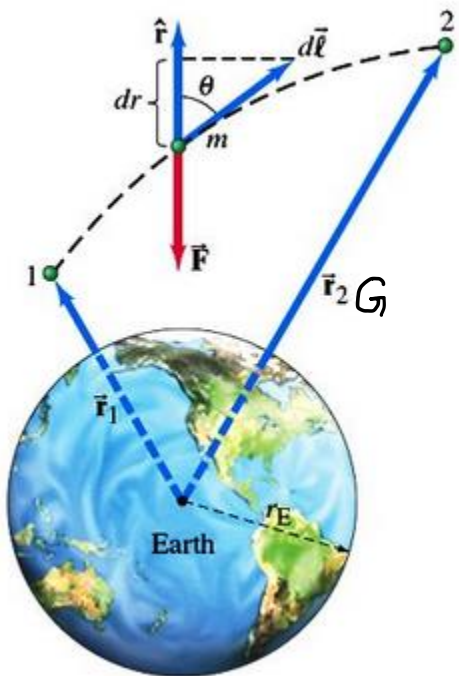
Akceleracija sile teže:

- na polovima $g_p = 9,832 \text{ m/s}^2$
- na ekvatoru $g_e = 9,780 \text{ m/s}^2$
- $g_n = 9,80665 \text{ m/s}^2 \approx 9,81 \text{ m/s}^2$
-

Dogovorena normirana vrijednost, odgovara $\varphi = 45^\circ$

Gravitacijska potencijalna energija

- ▶ Gravitacijska sila je **konzervativna** → tijela u polju te sile imaju potencijalnu energiju.
- ▶ Računamo rad vanjske sile pri pomaku npr. satelita (m_2) iz točke 1 u točku 2:



$$\vec{F} = -\vec{F}_G$$

$$W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} G \frac{m_1 m_2}{r^2} dr = G m_1 m_2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$W = E_P(r_2) - E_P(r_1) = G m_1 m_2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$E_P(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r}$$

Gravitacijski potencijal

- ▶ Djelovanje konzervativne sile možemo opisati potencijalnom energijom, a konzervativno polje možemo opisati potencijalom.

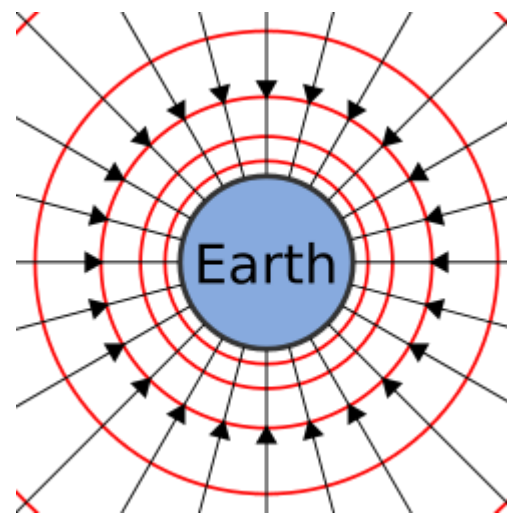
- ▶ **Potencijal** je omjer potencijalne energije i mase:

$$\varphi(r) = \frac{E_P(r)}{m_2} = -G \frac{m_1}{r}$$

- ▶ A potencijalna energija = umnožak mase i potencijala:

$$E_P(r) = m_2 \varphi(r)$$

- ▶ Masa m_1 je i ovdje „izvor”, a m_2 je probna masa u točki udaljenoj r od m_1 .



Troma i teška masa

- ▶ U dinamici: **troma (inertna) masa**
 - ▶ Određuje se mjerenjem akceleracije koju dobiva neko tijelo pod utjecajem sile.
- ▶ U izrazu za gravitacijsku silu: **teška (gravitacijska) masa**

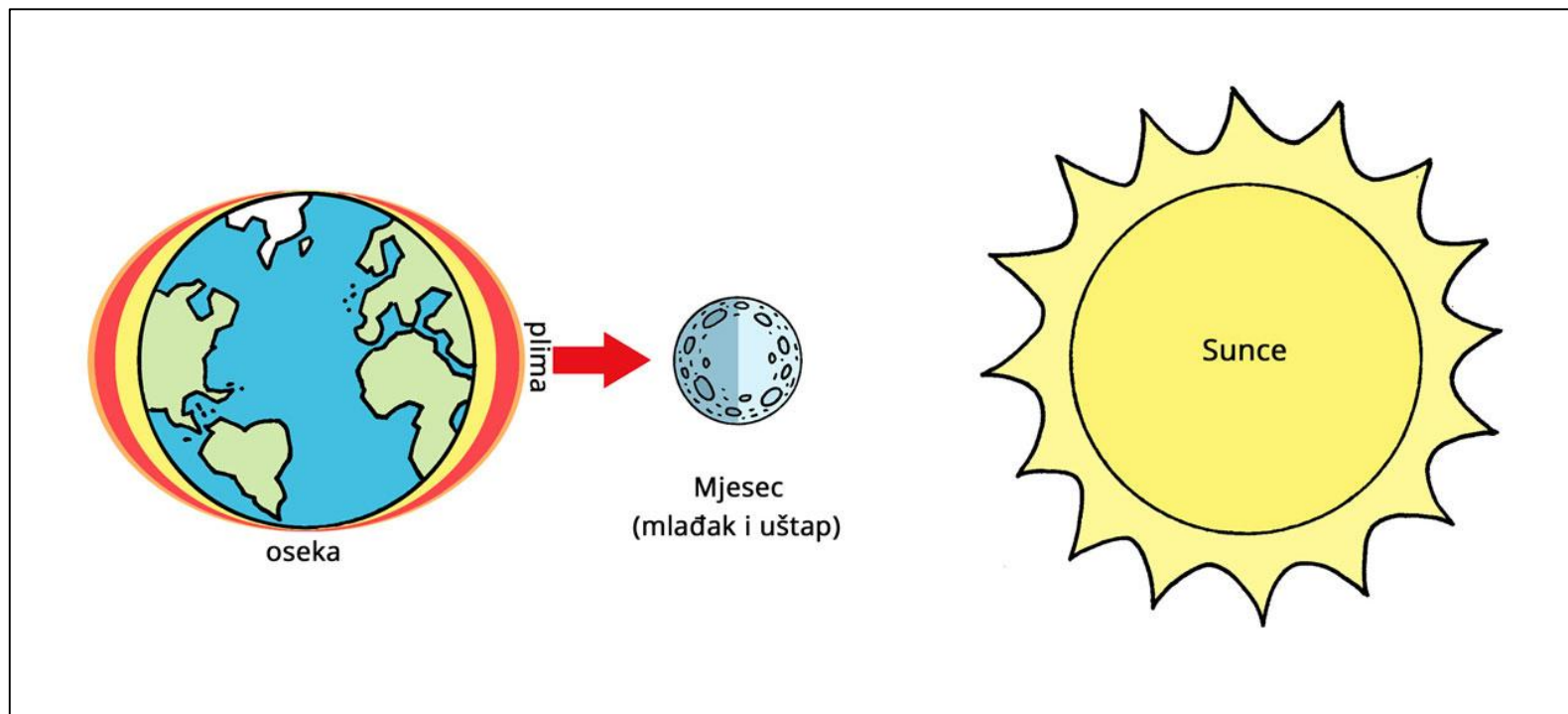
- ▶ Pod djelovanjem gravitacijske sile, tijelo dobiva akceleraciju:

$$a = \frac{F}{m_i} = G \frac{M_Z m_g}{R_Z^2 m_i}$$

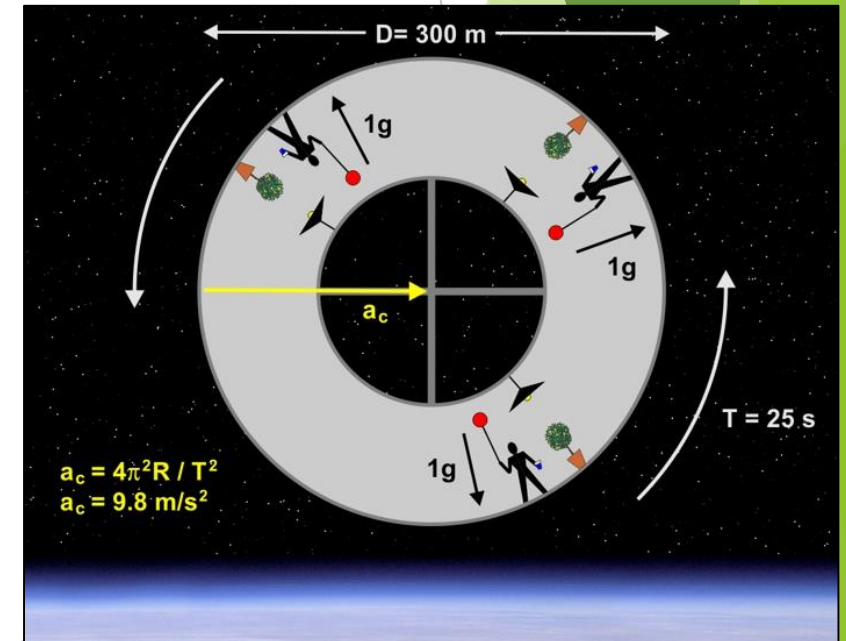
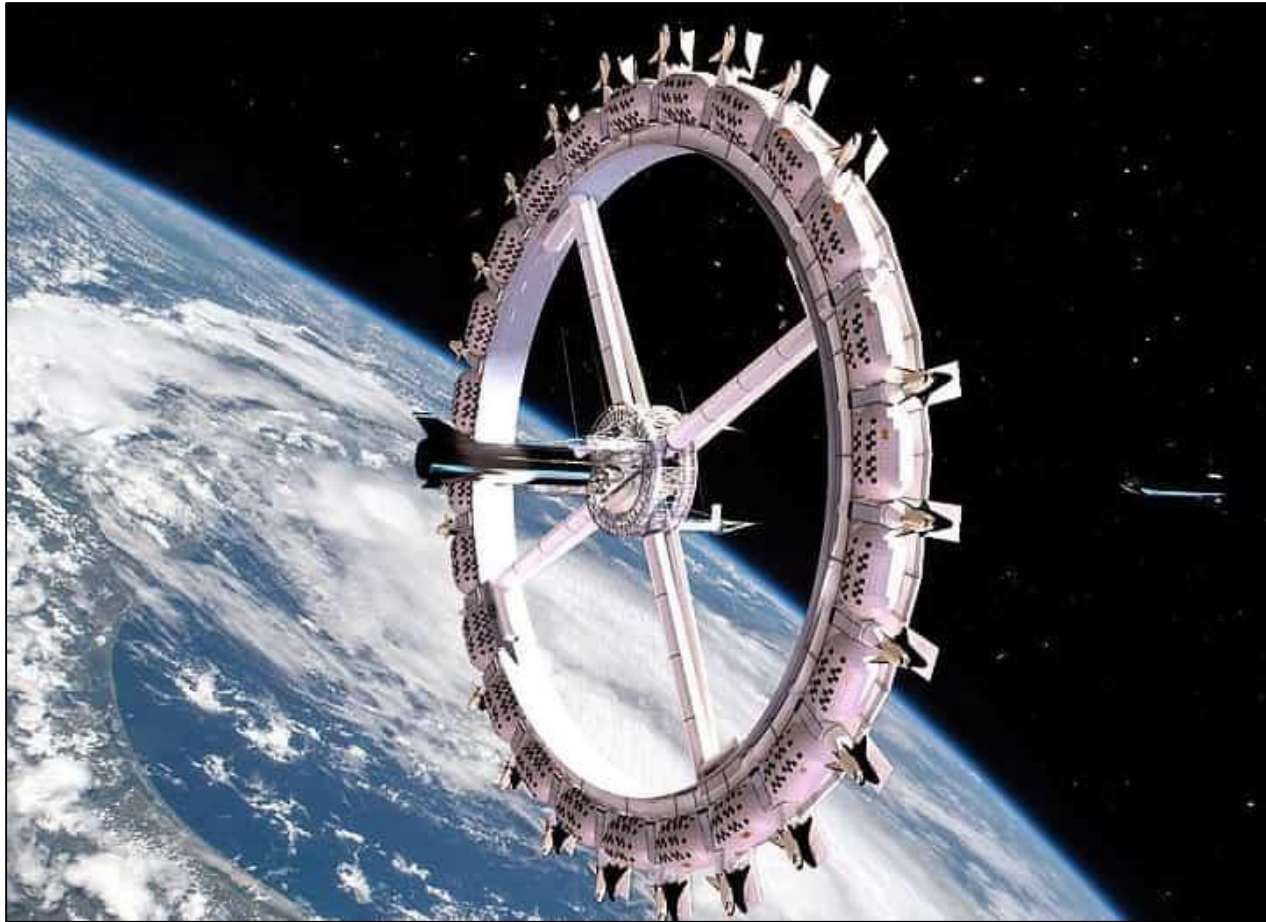
- ▶ Pokusi: $a = g$  $m_i = m_g = m$

- ▶ Jednakost teške i trome mase osnova je principa ekvivalencije: ne možemo razlikovati inercijski sustav u gravitacijskom polju ($a = g$) od neinercijskog sustava koji se giba ubrzanjem $a = -g \rightarrow$ osnova Einsteinove opće teorije relativnosti.

Morske mijene: plima i oseka



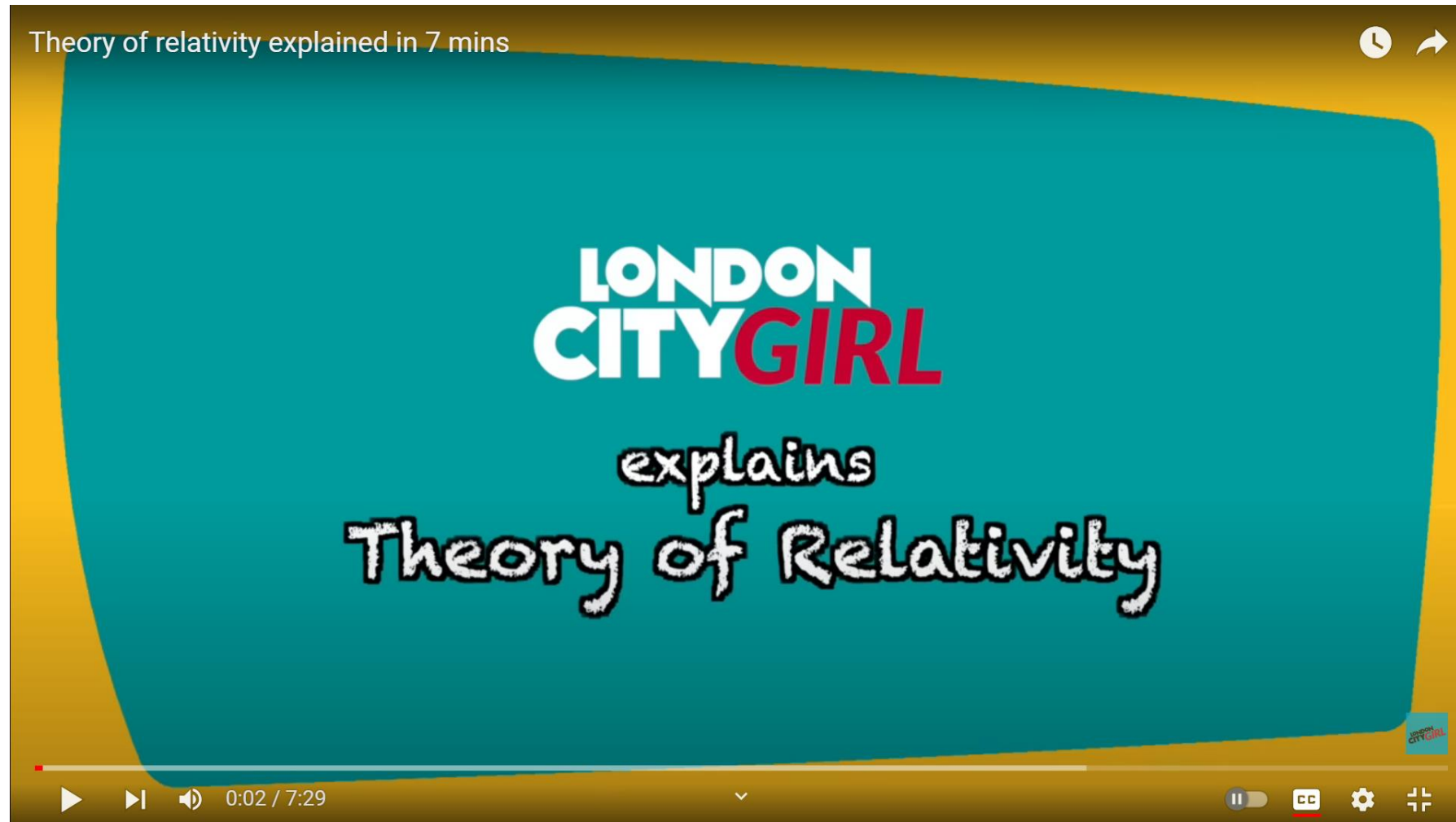
Umjetna gravitacija ?



9. RELATIVISTIČKA MEHANIKA

- ▶ **Newtonova mehanika:** $v \ll c$
- ▶ Michelson-Morleyev eksperiment 1887.g. - suprotno očekivanjima, nije potvrdio postojanje etera (apsolutno miruje, nevidljivo, gustoće nula, elastična svojstva).
- ▶ Einstein - tumači eksperiment, eter ne postoji.
- ▶ Dva postulata specijalne teorije relativnosti:
 - ▶ Brzina svjetlosti jednaka je u svim inercijskim sustavima:
$$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$
 - ▶ Svi fizikalni zakoni imaju isti oblik u svim inercijskim sustavima (vrijeme teče različito u raznim referentnim sustavima)
- ▶ Galilejeve transformacije ($v \ll c$) → relativističke (Lorentzove transformacije).

Video: Relativnost (vrijeme i duljina)



Simulacija: VR relativnost



Relativistička dinamika

- ▶ Newtonov zakon vrijedi i dalje u obliku

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

- ▶ Gdje je

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- ▶ m_0 - masa mirovanja

Energija

- ▶ Za slobodnu česticu.

- ▶ Svako tijelo posjeduje energiju mirovanja: $E_0 = m_0 c^2$

- ▶ Ukupna energija:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- ▶ Kinetička energija:

$$E_K = E - E_0 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2$$

- ▶ Energija izražena pomoću količine gibanja:

$$E = \sqrt{(m_0 c^2)^2 + (cp)^2}$$

