FIZIKA I 1. PREDAVANJE

- **FIZIKALNE VELIČINE**

Opis pojavnosti u prirodi. Primjeri: masa, električni naboj, temperatura električno polje, magnetsko polje, brzina, ubrzanje, količina topline....

- Glavna značajke: mjerljivost, općeprihvaćenost
- **SUSTAV MJERNIH JEDINICA**
- stvar dogovora, konvencije
- različite veličine imaju različite mjerne jedinice
- mjerne jedinice **moraju** biti postojane (stabilne)
- poželjno je da mjerne jedinice budu općeprihvaćene, univerzalne

SI sustav

Duljina	**metar**	*m*
Masa	**kilogram**	*kg*
Vrijeme	**sekunda**	*s*
Temperatura	**kelvin**	*K*
Količina tvari	**mol**	*mol*
Jakost električne struje	**amper**	*A*
Jakost svjetlosti	**kandela**	*cd*

Definicije mjernih jedinica SI

- **Metar** je duljina puta koji u vakuumu svjetlost prijeđe za vrijeme 1/299792458 sekundi.

- **Kilogram** je masa međunarodne pramjere (prototipa) koja se čuva u Međunarodnom uredu za utege i mjere u Sèvresu kraj pariza.

- **Sekunda** je trajanje 9192631770 perioda zračenja koje nastaje pri prijelazu elektrona između dviju hiperfinih razina osnovnog stanja atoma ^{133}Cs.

- **Amper** je ona jakost stalne električne struje koja, prolazeći dvama paralelnim beskonačno dugačkim vodičima zanemarivo maloga presjeka i međusobno udaljenima jedan metar, uzrokuje između njih silu od $2 \cdot 10^{-7}$ njutna po jednome metru duljine vodiča.

- **Kelvin** je 273,16-ti dio termodinamičke temperature trojne točke vode.

- **Mol** je količina tvari koja sadrži toliko jednakih čestica koliko ima atoma u 0,012 kg izotopa ugljika $^{12}_{6}C$.

- **Kandela** je jakost svjetlosti u danom pravcu izvora koji emitira monokromatsko zračenje frekvencije $5{,}4 \cdot 10^{14}$ Hz i čija je energetska jakost u tom pravcu 1/683 vata po steradijanu.

MATEMATIČKA NARAV MJERNIH JEDINICA

- Različite se mjerne jedinice ne mogu zbrajati (oduzimati)
- Mjerne se jedinice mogu međusobno množiti i svaka može biti potencirana s proizvoljnim eksponentom
- Opća mjerna jedinica mora imati oblik

$$m^a \cdot kg^b \cdot s^c \cdot K^d \cdot mol^e \cdot A^f \cdot cd^g$$

gdje su *a, b, c, d, e, f* i *g* neki **realni** brojevi.

- **Primjeri:**

$$N = kg \cdot m \cdot s^{-2}$$
$$J = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} = N \cdot m$$
$$C = A \cdot s$$
$$V = J \cdot C^{-1} = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$$
$$T = V \cdot s \cdot m^{-2} = kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$$
$$eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J$$

U kemiji se često količina određene energije računa **po jednom molu.** Npr. **entalpija, energija vezanja, ...**

MATEMATIČKA NARAV FIZIČKIH VELIČINA

- **Skalari**

Veličine koje se opisuju **jednim** brojem. Taj je broj neovisan o promatraču.

Primjeri: masa, količina tvari, temperatura, električni naboj,....

Vježba:

Ako je $a=-1{,}5\,ms^{-2}, b=3{,}8\,ms^{-1}, c=5{,}0\,m$

koji su od sljedećih izraza sigurno pogrješno napisani:

- 1.) $d=bc-a$
- 2.) $d=\frac{b^2}{c}+a$
- 3.) $d=\frac{b^2}{ac}$
- 4.) $d=\frac{a}{b}+c$

MATEMATIČKA NARAV FIZIČKIH VELIČINA

Vektori

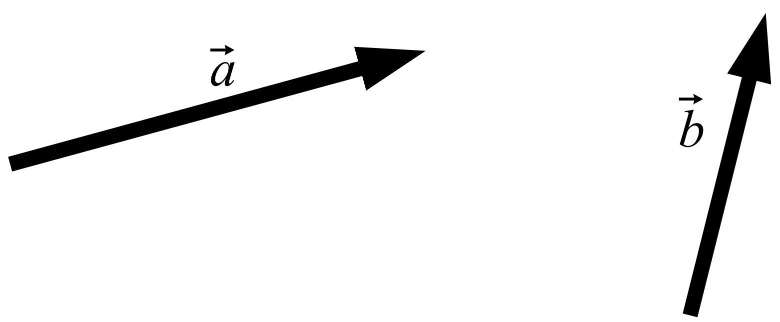
Veličine koje se opisuju **brojevima, jednim ili više njih**, i ti su brojevi zavisni od koordinatnog sustava.

Primjeri: pomak, brzina, ubrzanje, sila,....

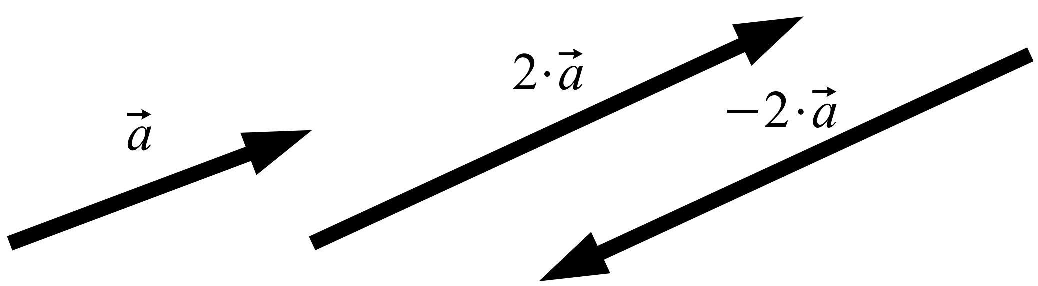
Da bismo označili vektorsku narav određene veličine, nad oznakom dotične veličine stavljat ćemo vodoravnu strjelicu.

Naprimjer, $\vec{a}\,,\vec{F}\,,$ itd. su vektori.

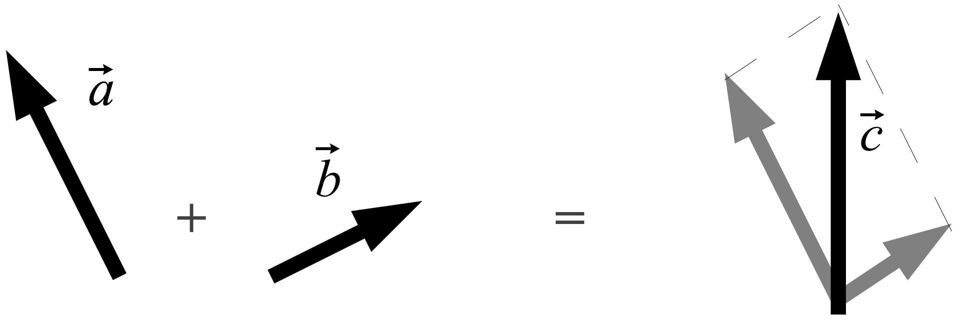
- Vektore možemo predočavati grafički:



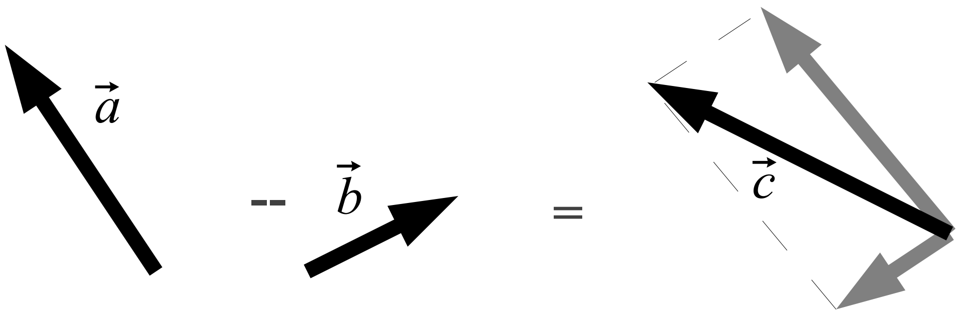
- Vektore možemo množiti sa skalarima



- Vektorima **ne možemo** pribrajati skalare, ili ih oduzimati od njih.
- Vektore možemo međusobno zbrajati i oduzimati.



$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$



$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$$

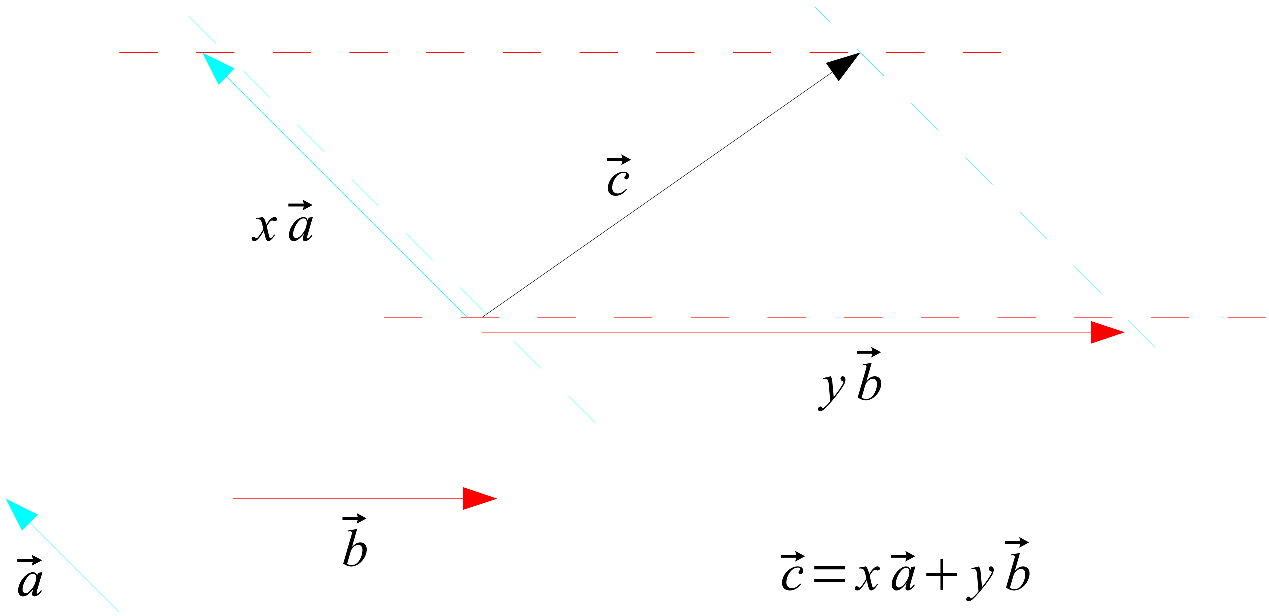
- **Svaki vektor ima tri značajke:** iznos (modul, apsolutna vrijednost), smjer (pravac) i orijentaciju (na svakom pravcu je moguće gibanje u "+" ili u "-" smislu)

Primjer:

1.) Zagreb-Split ---- smjer vektora
udaljenost između Zagreba i Splita ---- iznos vektora
od Zagreba prema Splitu, ili obrnuto ---- orijentacija vektora

2.) Primjena sile na određeni predmet

Rastavljanje vektora. Linearna (ne)zavisnost vektora.

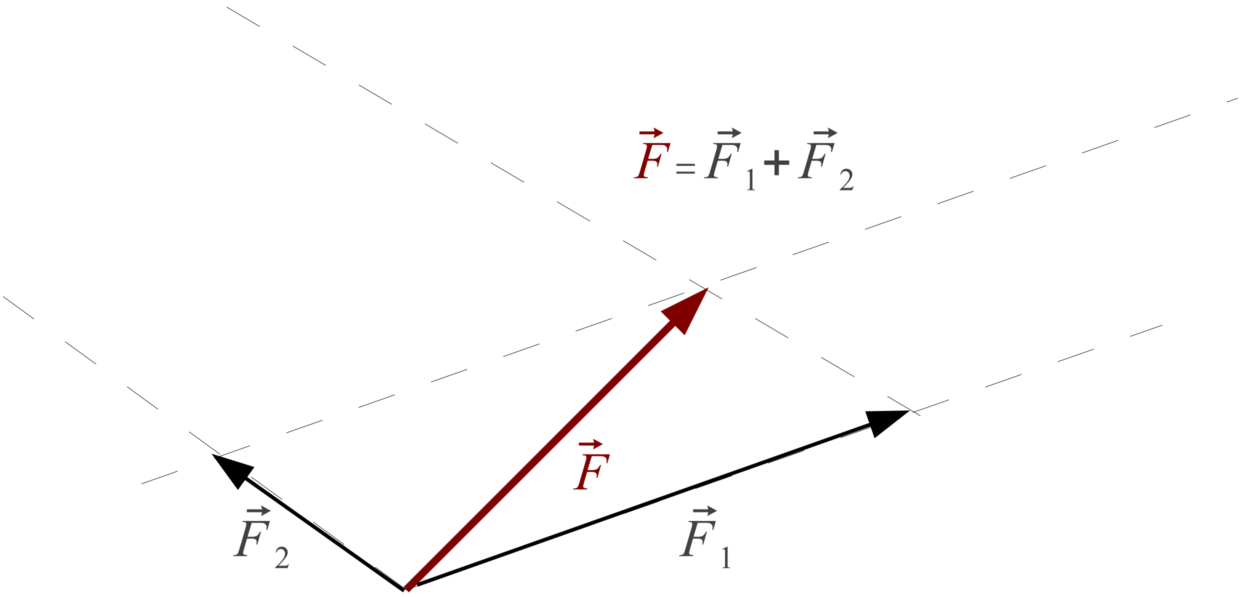


$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$$

U ravnini su bilo koja tri vektora linearno zavisna. To znači da se svaki od triju vektora može prikazati kao linearni spoj preostalih dvaju vektora.
Dva su vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ linearno **nezavisna** ako jednadžba $x\vec{a}+y\vec{b}=0$ povlači $x=0$ i $y=0$. U suprotnom su slučaju vektori linearno zavisni. Najveći mogući broj linearno nezavisnih vektora jednak je dimenziji prostora u kojem se ti vektori nalaze.
Bilo koja se dva linearno nezavisna vektora u ravnini mogu uzeti kao bazni vektori.
Slično tomu, bilo koja se tri linearno nezavisna vektora u prostoru mogu uzeti kao bazni vektori.
Svaki se vektor u prostoru može prikazati kao linearni spoj triju triju baznih vektora.

U fizici i tehnici često trebamo odgovoriti na pitanje: "Kolikim svojim dijelom *ova sila* djeluje u *tom i tom smjeru,* a kolikim svojim dijelom djeluje u *onom drugom* smjeru?" Sila je predočena vektorom $\vec{F}$, pa tako postavljeno pitanje ima svoj egzaktniji, matematički, oblik: "Kako prikazati dotični vektor kao zbroj neka druga dva vektora koji imaju različite smjerove?" Odgovor na to pitanje je sljedeći:

Iz početka vektora $\vec{F}$ i iz njegova vrha povučemo paralele sa zadanim smjerovima dvaju vektora. Dobili smo dva para paralela i dva sjecišta tih paralela. Ta sjecišta su vrhovi dvaju vektora, a početci vektora su u početku polaznog vektora $\vec{F}$. To je prikazano na donjoj slici.



Dva smjera na koja rastavljamo određenu silu najčešće su okomita, ali to nije nužno, tj. dvije komponente ne moraju biti međusobno okomite. Dakle, riječ je o obrnutom postupku zbrajanja sila po pravilu paralelograma—moramo naći dvije sile čiji će zbroj dati određenu silu.

Ako su $\vec{a}, \vec{b}$ i $\vec{c}$ bazni vektori tada se svaki vektor $\vec{d}$ može prikazati kao linearni spoj

$$\vec{d}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$$

Pri tome su **skalari** x, y, z **koordinate vektora** $\vec{d}$ **u bazi** ($\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$).

Primjer:
Uzmimo tri linearno nezavisna vektora $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ i prikažimo vektor $\vec{d}$ kao spoj $\vec{d}=\vec{a}-2\vec{b}+3\vec{c}$. Uzmimo drugačija tri bazna vektora

$$\vec{e}_1=-\vec{a}-3\vec{b}+6\vec{c}$$
$$\vec{e}_2=5\vec{a}+4\vec{b}$$
$$\vec{e}_3=-8\vec{a}+9\vec{c}$$

i nađimo koordinate vektora $\vec{d}$ u bazi ($\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$).

Rješenje:
Najprije ćemo provjeriti jesu li vektori $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ linearno nezavisni. Postavimo jednadžbu:

$$x\vec{e}_1+y\vec{e}_2+z\vec{e}_3=0$$

i izrazimo ju s pomoću linearno nezavisnih vektora $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Dobivamo jednadžbu:

$$(-x+5y-8z)\vec{a}+(-3x+4y)\vec{b}+(6x+9z)\vec{c}=0$$

Budući da su vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ po pretpostavci linearno nezavisni, moraju vrijediti jednadžbe:

$$
\begin{aligned}
-x+5y-8z&=0\\
-3x+4y+0z&=0\\
6x+0y+9z&=0
\end{aligned}
$$

Rješenje je ovoga sustava jednadžbi: $x=0, y=0, z=0$**. To znači da su vektori** $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ **linearno nezavisni. Izrazivši vektore** $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ **s pomoću** $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ **dobivamo:**

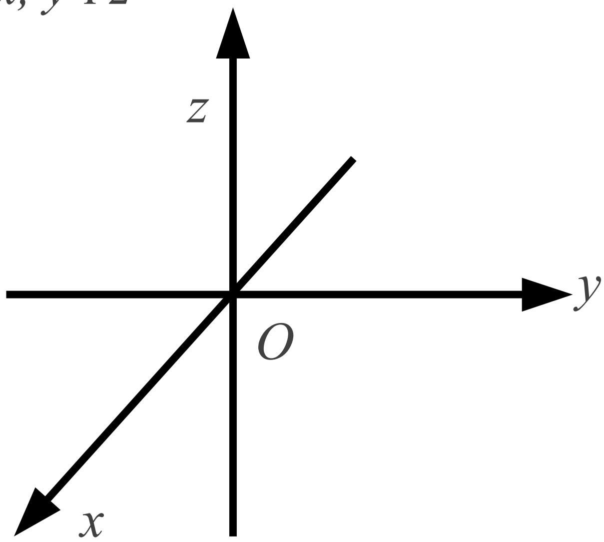
$$
\begin{aligned}
\vec{a}&=\frac{1}{97}\left(12\vec{e}_1+9\vec{e}_2-8\vec{e}_3\right)\\
\vec{b}&=\frac{1}{97}\left(-15\vec{e}_1+13\vec{e}_2+10\vec{e}_3\right)\\
\vec{c}&=\frac{1}{291}\left(32\vec{e}_1+24\vec{e}_2+11\vec{e}_3\right)
\end{aligned}
$$

odnosno:

$$\vec{d}=\frac{1}{97}\left(74\vec{e}_1+7\vec{e}_2-17\vec{e}_3\right)$$

Primijetite kako je u ovoj jednadžbi vektor $\vec{d}$ izražen s potpunom različitim brojevima nego na početku. Jedan te isti vektor može se izraziti s različitim brojevima, na beskrajno mnogo različitih načina, zato što ti brojevi ovise o bazi.

- U svijetu u kojem živimo postoje **tri** nezavisna smjera:
  1.) Naprijed-nazad
  2.) Desno-lijevo
  3.) Gore-dolje
- To možemo matematički predočiti kao **Kartezijev pravokutni koordinatni sustav** s trima međusobno okomitim osima: *x, y* i *z*



- Točka *O* u kojoj se sve tri osi sijeku je **ishodište sustava.**
- Svaka od triju osi je **orijentirana.**
- Svakoj osi (pravcu) možemo pridružiti vektor **jediničnog iznosa.**
- Imamo tri jedinična vektora: $\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}$. To su **osnovni** ili **bazni** vektori, koji tvore **ortonormiranu bazu**.
- **Svaki** vektor možemo prikazati kao **linearni spoj (kombinaciju)** osnovnih vektora:

$$\vec{a}=a_x\cdot\vec{i}+a_y\cdot\vec{j}+a_z\cdot\vec{k}$$

- **Brojevi** a_x, a_y, a_z su **koordinate vektora.**

- Kada odaberemo koordinatni sustav, svakom vektoru možemo jednoznačno pridružiti tri broja---njegove koordinate.
- Koordinate vektora **ovise o izboru baze.**
- **Nul-vektor** ($\vec{0}$ ili jednostavno 0) je vektor kojem su sve koordinate jednake 0.
- Iznos vektora $\vec{a}$ možemo označiti kao $|\vec{a}|$

Vježba

Ako je *F=10 N, T=3 K* i $\vec{a}=(3\vec{i}-\vec{j})\,m\cdot s^{-2}$, koji su izrazi sigurno pogrješno napisani?

1.) $\vec{G}=F\cdot T\cdot\vec{a}$

2.) $G=\frac{F}{T}-\vec{a}$

3.) $\vec{G}=(F-T)\vec{a}$

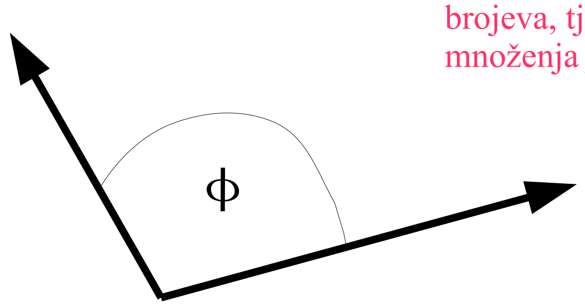
4.) $G=\frac{F}{T}|\vec{a}|$

MNOŽENJE VEKTORA

Skalarni umnožak

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos(\phi)$$

Ovo je definicija skalarnog umnoška dvaju vektora. Lijeva strana jednadžbe je skalarni umnožak dvaju vektora, a desna strana je umnožak triju brojeva, tj. skalara. Rezultat skalarnog množenja je skalar, a ne vektor.



$\cdot$	$\vec{i}$	$\vec{j}$	$\vec{k}$
$\vec{i}$	**1**	**0**	**0**
$\vec{j}$	**0**	**1**	**0**
$\vec{k}$	**0**	**0**	**1**

Ovo je tablica skalarnoga množenja vektora ortonormirane baze. Ta tablica slijedi iz definicije skalarnoga umnoška.

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_x\cdot b_x+a_y\cdot b_y+a_z\cdot b_z$$

$$|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

$$|\vec{b}|=\sqrt{b_x^2+b_y^2+b_z^2}$$

$$\cos(\phi)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

Ovo slijedi iz distributivnosti množenja prema zbrajanju. Pri tome se vektori baze množe kao vektori po definiciji skalarnoga umnoška, a koordinate se vektora množe kao brojevi.

Zadatak:

Ako vektori $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ tvore ortonormiranu bazu, izračunajmo kut između vektora $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{b} = 6\vec{i} - 5\vec{k}$.

Rješenje:

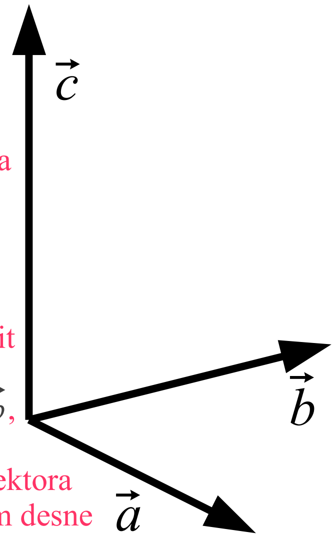
$$|\vec{a}| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + (-1)^2} = \sqrt{14} \quad , \quad |\vec{b}| = \sqrt{6^2 + (-5)^2} = \sqrt{61}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-2) \cdot 6 + 3 \cdot 0 + (-1) \cdot (-5) = -7$$

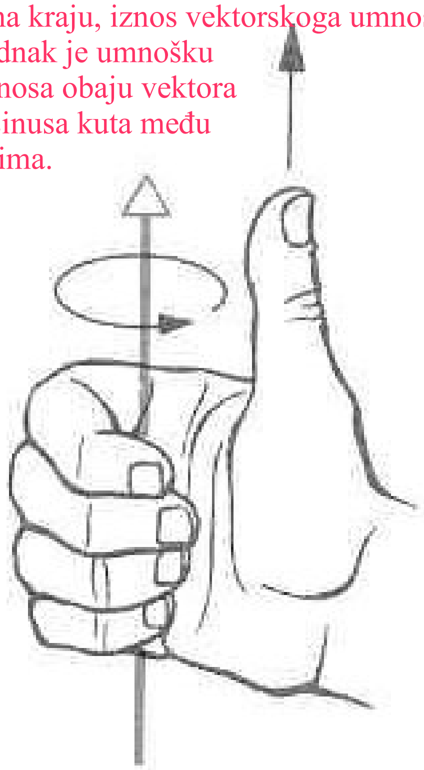
$$\cos(\phi) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-7}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{61}} \approx -0.2395 \Rightarrow \phi \approx 103,86^o$$

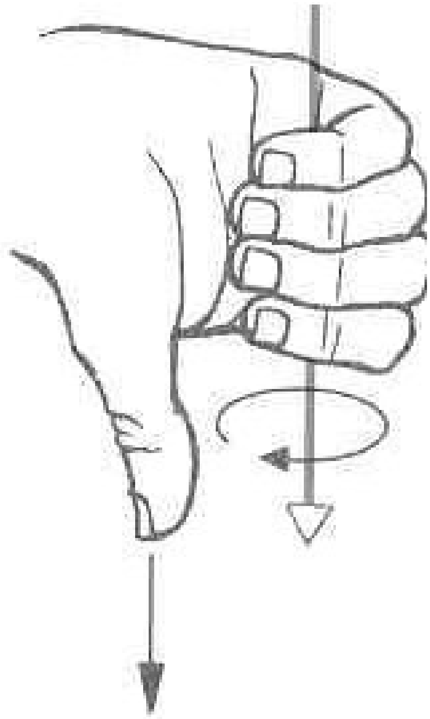
Vektorski umnožak. Pravilo desne ruke.

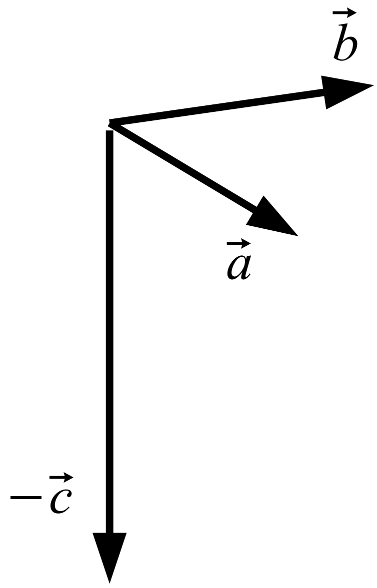
$$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}$$



Rezultat vektorskog množenja dvaju vektora opet je vektor.
Tome vektoru moramo definirati smjer, iznos i orijentaciju.
Smjer vektora $\vec{c}$ okomit je na ravninu što ju definiraju vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$, tj. okomit je na oba ta vektora. Orijentaciju vektora $\vec{c}$ određujemo pravilom desne ruke, kako je to prikazano na slici.
I na kraju, iznos vektorskoga umnoška jednak je umnošku iznosa obaju vektora i sinusa kuta među njima.





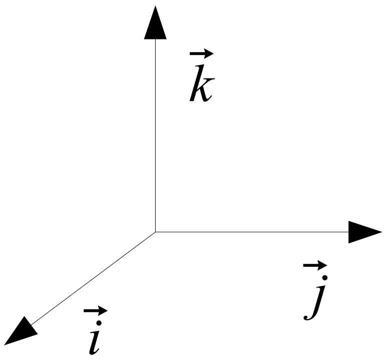


$$\vec{b}\times\vec{a}=-\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{c}$$

Vektorski je umnožak okomit na oba vektora koji se množe.

$$\vec{a}\times\vec{b}\perp\vec{a} \quad , \quad \vec{a}\times\vec{b}\perp\vec{b}$$

Tablica vektorskog množenja



x	$\vec{i}$	$\vec{j}$	$\vec{k}$
$\vec{i}$	**0**	$\vec{k}$	$-\vec{j}$
$\vec{j}$	$-\vec{k}$	**0**	$\vec{i}$
$\vec{k}$	$\vec{j}$	$-\vec{i}$	**0**

$$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin(\phi)$$

ϕ je kut između vektora

Vektorski umnožak izražen s pomoću koordinata vektora

$$\vec{a}\times\vec{b}=\left(a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}\right)\times\left(b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}\right)=$$
$$\left(a_y b_z-a_z b_y\right)\vec{i}+\left(a_z b_x-a_x b_z\right)\vec{j}+\left(a_x b_y-a_y b_x\right)\vec{k}$$

Vježba:

Provjerite identitete:

$$\vec{a}\cdot\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)=0 \quad , \quad \vec{b}\cdot\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)=0$$