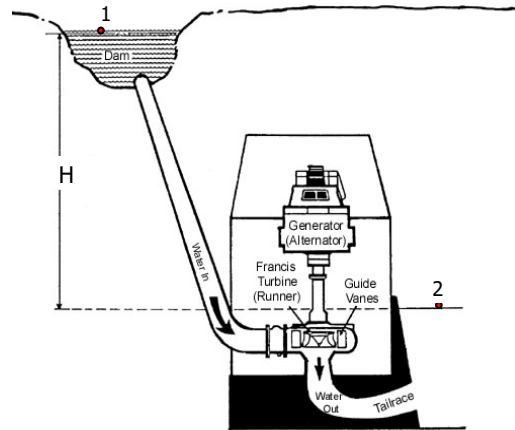


1. zadatak.

Izračunajte snagu male hidroelektrane ako je zadano.  $H=110\text{m}$ ,  $Q=250\text{lit/s}$ , ukupna duljina cjevovoda  $L=500\text{m}$ , promjer cjevovoda  $D=400\text{mm}$ , koeficijent trenja cjevovoda  $\lambda=0,0131$ , ukupni lokalni gubici  $K_{UK}=15$  i gustoća vode  $\rho=998\text{kg/m}^3$ . Kolika je godišnja proizvedena električna energija izražena u GWh, kJ i tEn ako je mala hidroelektrana radila 7800h godišnje.



Rješenje:

Postavimo sada Bernoullijevu jednadžbu između točaka 1 i 2:

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + z_1 - h_t = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + \sum h_f + \sum h_{fm} \quad (1)$$

Uz  $p_1 = p_2 = p_a$ ,  $z_2 = 0$ ,  $z_1 = H$ ,  $v_1 = v_2 = 0$  jednadžba prelazi u oblik:

$$H - h_t = \left( \lambda \cdot \frac{L}{D} + K_{UK1} \right) \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \quad (2)$$

Iz jednadžbe kontinuiteta možemo izračunati brzinu vode u cjevovodu:

$$v = \frac{4 \cdot Q}{D^2 \cdot \pi} = \frac{4 \cdot 0,25 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{0,4^2 \text{m}^2 \cdot \pi} = 1,99 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (3)$$

pa je iz (2) uz (3) neto pad turbine:

$$h_t = H - \left( \lambda \cdot \frac{L}{D} + K_{UK} \right) \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = 103,67\text{m} \quad (4)$$

Snaga hidroelektrane je:

$$P_t = \rho \cdot g \cdot Q \cdot h_t = 998 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,25 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 103,67\text{m} = 253742\text{W} = 253,7\text{kW} \quad (5)$$

Godišnja proizvedena električna energija je:

$$E_{el} = P \cdot \tau = 253,7\text{kWh} \cdot 7800\text{h} = 1,979 \cdot 10^6 \text{kWh} = 1,979\text{GWh} \quad (6)$$

izraženo u tonama ekvivalentne nafte:

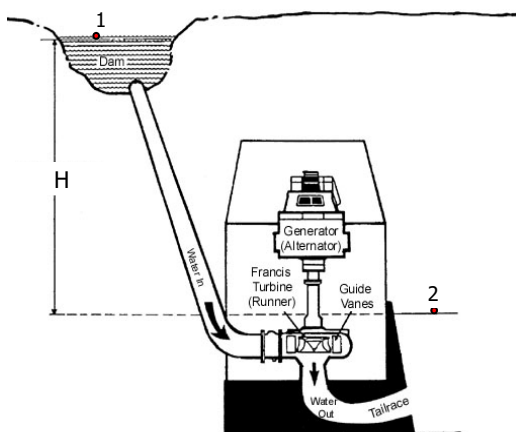
$$\frac{1,979 \cdot 10^6 kWh}{11630 kWh} = 170 tEn \quad (7)$$

i konačno izraženo u kJ:

$$1,979 \cdot 10^6 kWh \cdot 3600 = 7,125 \cdot 10^9 kJ = 7,125 \cdot 10^3 GJ = 7,125 TJ \quad (8)$$

## 2. zadatak

Mala hidroelektrana radi s protokom  $Q_1=390$  litara/s i snagom 350 kW. Zbog smanjenog dotoka u akumulaciju, a zbog potrebe zadržavanja iste razine vode u akumulaciji ( $H=\text{konst.}$ ) trebalo je smanjiti protok za 15%. Kolika je sada snaga hidroelektrane uz ostale uvjete nepromijenjene te koliko iznose novi lokalni gubici ( $K_{UK2}=?$ )? Koliko je električne energije proizvela hidroelektrana u cijelom razdoblju svojeg rada ako je s većim protokom radila 1700 sati, a s manjim protokom za jednu trećinu duljim vremenom od prethodno navedenog? Nacrtajte proizvodnu karakteristiku  $P(\text{kW})-\tau(\text{h})$  hidroelektrane., Zadano je:  $\lambda=0,0139$ ,  $L=4500\text{m}$ ,  $D=500\text{mm}$ ,  $K_{UK1}=19$ ,  $\rho=1000\text{kg/m}^3$ . (Pretpostavite da je pretvorba mehaničkog rada u električnu energiju bez gubitaka i da u turbini nema gubitaka).



Rješenje:

Iz jednadžbe kontinuiteta možemo izračunati brzinu u cjevovodu:

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q_1}{D^2 \cdot \pi} = \frac{4 \cdot 0,39 \frac{m^3}{s}}{0,5^2 m^2 \cdot \pi} = 1,986 \frac{m}{s} \quad (1)$$

Iz izraza za hidrauličku snagu turbine:

$$P_t = \rho \cdot g \cdot Q \cdot h_t \quad (2)$$

možemo izračunati neto pad turbine  $h_t$ :

$$h_t = \frac{P_{t1}}{\rho \cdot g \cdot Q_1} = \frac{350 \cdot 10^3 W}{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 0,39 \frac{m^3}{s}} = 91,48 m \quad (3)$$

Postavimo sada Bernoullijevu jednadžbu između točaka 1 i 2:

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + z_1 - h_t = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + \sum h_f + \sum h_{fm} \quad (4)$$

Uz  $p_1 = p_2 = p_a$ ,  $z_2 = 0$ ,  $z_1 = H$ ,  $v_1 = v_2 = 0$  jednadžba prelazi u oblik:

$$H - h_t = \left( \lambda \cdot \frac{L}{D} + K_{UK1} \right) \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \quad (5)$$

a odavde je:

$$H = h_t + \left( \lambda \cdot \frac{L}{D} + K_{UK1} \right) \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = 91,48 + \left( 0,0139 \cdot \frac{4500}{0,5} + 19 \right) \cdot \frac{1,986^2}{2 \cdot 9,81} = 120,46m \quad (6)$$

Sada dolazi do smanjenja protoka za 15%:

$$Q_2 = (1 - 0,15) \cdot Q_1 = 0,85 \cdot Q_1 = 0,3315 \frac{m^3}{s} \quad (7)$$

Odavde je:

$$v_2 = \frac{4 \cdot Q_2}{D^2 \cdot \pi} = 1,69 \frac{m}{s} \quad (8)$$

a nova snaga je uz  $h_t = \text{konst}$  i  $H = \text{konst}$ . ( v tekst zadatka):

$$P_{t2} = \rho \cdot g \cdot Q_2 \cdot h_t = 297,5kW \quad (9)$$

Obzirom na činjenicu da je lijeva strana Bernoullijeve jednadžbe ostala ista uz  $\lambda, L, D = \text{konst}$ . promjena protoka može se kompenzirati samo promjenom ukupnog lokalnog gubitka kojeg računamo iz Bernoullijeve jednadžbe.

$$K_{UK2} = \frac{2 \cdot g \cdot (H - h_t)}{v_2^2} - \lambda \cdot \frac{L}{D} = 73,98 \quad (10)$$

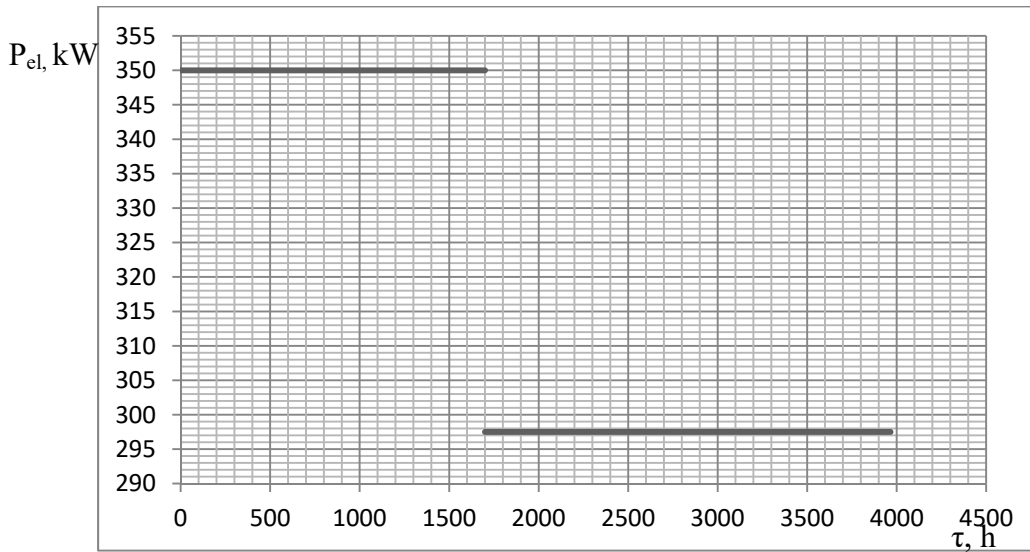
Proizvedena električna energija u oba režima rada može se općenito zapisati kao:

$$E_{el} = \sum_i P_{ii} \cdot \tau_i \quad (11)$$

a u našem konkretnom slučaju to je:

$$E_{el} = P_1 \cdot \tau_1 + P_2 \cdot \tau_2 = 350kW \cdot 1700h + 297,5kW \cdot \frac{4}{3} \cdot 1700h = 1269,3MWh \quad (12)$$

Proizvodna karakteristika hidroelektrane je:



### 3. zadatak

Zadana je  $h_t$ - $Q$  i  $\eta$ - $Q$  karakteristika Francis turbine. Također je zadana i karakteristika cjevovoda. Izračunajte radnu točku turbine i izlaznu (mehaničku) snagu  $P$  na vratilu turbine. Koliko bi trebao iznositi ukupni otpor  $R$  cjevovoda da bi turbina radila u optimalnoj točki uz nepromijenjenu razliku geodetskih visina. Kolika je u tom slučaju izlazna (mehaničku) snagu  $P_{opt}$  na vratilu turbine? Zadana je razlika visina između gornje i donje slobodne površine jezera  $H_{geo}=H_1-H_2=250\text{m}$ ,  $\rho=1000\text{kg/m}^3$ .

$$\{h_t\}_m = -50 \left\{ \frac{Q^2}{s} \right\}_{\frac{m^3}{s}} - 3 \left\{ \frac{Q}{s} \right\}_{\frac{m^3}{s}} + 41$$

$$\eta = -1,9667 \left\{ \frac{Q^2}{s} \right\}_{\frac{m^3}{s}} + 1,9233 \left\{ \frac{Q}{s} \right\}_{\frac{m^3}{s}} + 0,42$$

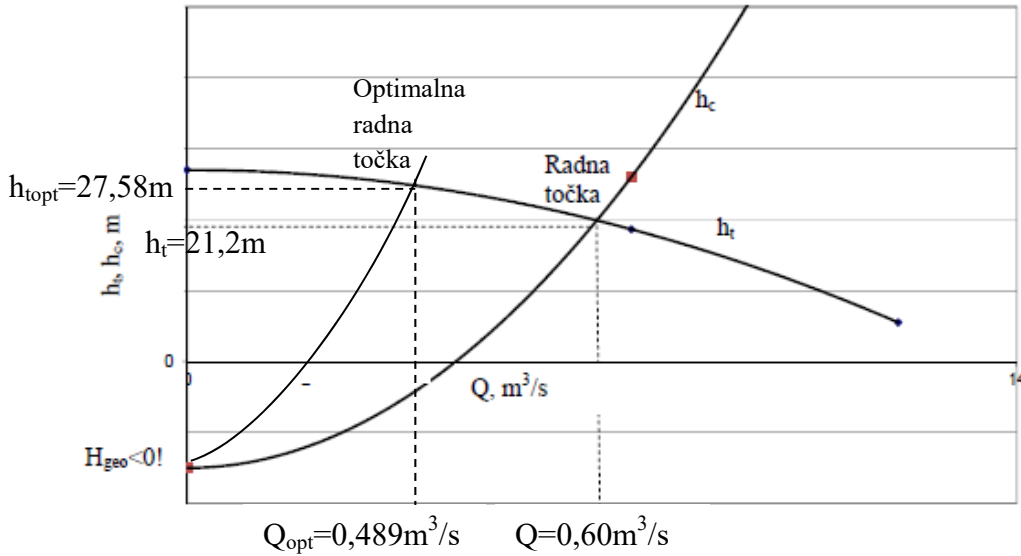
Karakteristika cjevovoda:

$$\{h_c\}_m = -250 + 635,6 \cdot \left\{ \frac{Q^2}{s} \right\}_{\frac{m^3}{s}}$$

Rješenja predočite grafički u odgovarajućim dijagramima.

Rješenje:

Radi lakšeg rješavanja i predodžbe rješenja korisno je odmah grafički predočiti rješenje.



Radna točka predstavlja sjecište dviju karakteristika, radne karakteristike turbine i karakteristike cjevovoda (v. predavanje).

Uvjet radne točke je:

$$-h_t = h_c \quad (1)$$

To znači da moramo analitički naći sjecište  $h_t$ -Q i  $h_c$ -Q karakteristika:

$$-(-50 \cdot Q^2 - 3 \cdot Q + 41) = -250 + 635,6 \cdot Q^2 \quad (2)$$

Sredimo izraz (2):

$$-585,6 \cdot Q^2 - 3 \cdot Q + 209 = 0 \quad (2a)$$

Nepoznanica je protok Q kojeg ćemo izračunati prema poznatom izrazu za rješavanje kvadratne jednadžbe  $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$  :

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \quad (3)$$

pa je za naš konkretni izraz (2a) rješenje prema (3):

$$Q_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 + 4 \cdot 585,6 \cdot 209}}{2 \cdot 585,6} \quad (4)$$

Oдавde je:

$$Q_1 = 0,60 \frac{m^3}{s}; Q_2 < 0 \quad (5)$$

Uvrštavanjem vrijednosti  $Q_1$  u zadane  $h_t$ -Q i  $\eta$ -Q karakteristike dobivamo:

$$h_t = -50 \cdot 0,60^2 - 3 \cdot 0,60 + 41 = 21,2m \quad (6)$$

$$\eta = -1,9667 \cdot 0,60^2 + 1,9233 \cdot 0,60 + 0,42 = 0,866 \quad (7)$$

Vrijednosti (5) i (6) unesene su u polazni dijagram.

Mehaničku snagu koju vratilo predaje elektrogeneratoru možemo izračunati iz definicijskog izraza za iskoristivost turbine:

$$\eta = \frac{P}{\rho \cdot g \cdot Q \cdot h_t} \quad (8)$$

pa slijedi:

$$P = \eta \cdot \rho \cdot g \cdot Q \cdot h_t = 0,866 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,60 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 21,2\text{m} = 108,6\text{kW} \quad (9)$$

U nastavku je potrebno izračunati novu vrijednost otpora  $R_{\text{opt}}$  cjevovoda da bi turbina radila u optimalnoj točki. Optimalnu točku tj. protok u optimalnoj točki  $Q_{\text{opt}}$  odredit ćemo deriviranjem  $\eta$ - $Q$  funkcije po protoku i izjednačavanjem te derivacije s nulom.

$$\frac{d\eta}{dQ} = \frac{d}{dQ}(-1,9667 \cdot Q^2 + 1,9233 \cdot Q + 0,42) = 2 \cdot (-1,9667) \cdot Q + 1,923 = 0 \quad (10)$$

Odavde je:

$$Q_{\text{opt}} = 0,489 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad (11)$$

Taj protok je manji pa se optimalna radna točka nalazi lijevo na  $h_t$ - $Q$  karakteristici u odnosu na početnu radnu točku (v. polazni dijagram).

Uvrštavanjem vrijednosti (11) u zadane  $h_t$ - $Q$  i  $\eta$ - $Q$  karakteristike dobivaju se vrijednosti:

$$h_{\text{topt}} = 27,58\text{m} \quad (12)$$

i maksimalne iskoristivosti (uvjet optimalne točke):

$$\eta_{\text{max}} = 0,89 \quad (13)$$

Vrijednosti (11) i (13) unesene su u polazni dijagram.

Snaga koju vratilo predaje elektrogeneratoru je prema (9):

$$P_{\text{opt}} = 117,7\text{kW}$$

Vrijednost novog otpora  $R_{\text{opt}}$  izračunat ćemo iz uvjeta optimalne radne točke:

$$-h_{\text{topt}} = h_c \quad (14)$$

pa je.

$$-27,58 = -250 + R_{\text{opt}} \cdot Q_{\text{opt}}^2 \quad (15)$$

Odavde je:

$$R_{\text{opt}} = 930,16 \frac{\text{m}^5}{\text{s}^3} \quad (16)$$

a nova karakteristika cjevovoda je:

$$\{h_{\text{copt}}\}_m = -250 + 930,16 \cdot \left\{Q^2\right\}_{\frac{\text{m}^3}{\text{s}}} \quad (17)$$