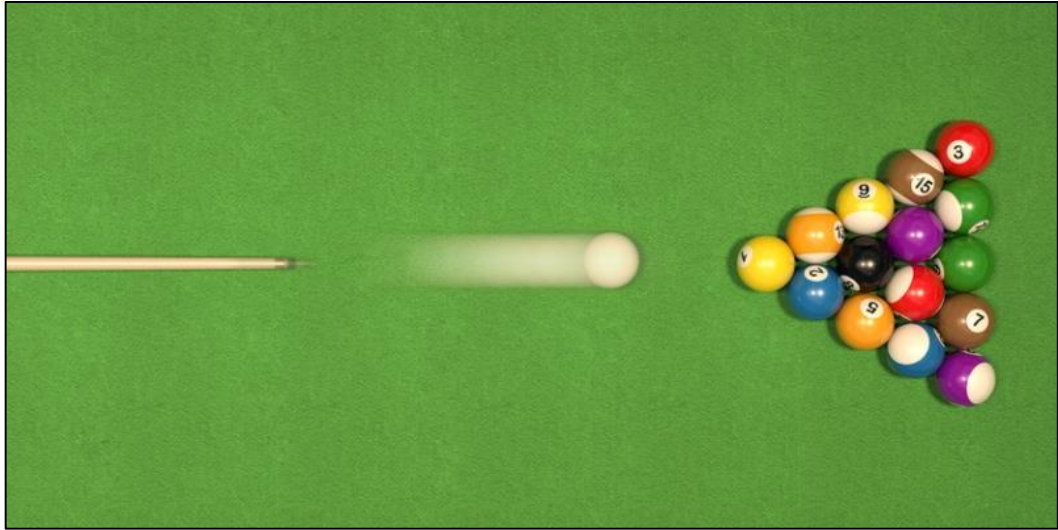




Fizika I

SUDARI
STATIKA

Sudari

- ▶ Primjer primjene zakona očuvanja količine gibanja i energije.

Dva tijela:

- **(Savršeno) elastičan**: nema deformacije, ukupna kinetička energija ostaje ista.
- **Neelastičan**: tijela se deformiraju, dio kinetičke energije pretvara se u unutarnju energiju.
- ▶ Savršeno neelastičan: tijela se u sudaru spoje i nastavljaju gibanje kao jedno tijelo, dio kinetičke energije pretvara se u unutarnju energiju (toplinu);
- ▶ Očuvana je ukupna količina gibanja u sustavu, ali energija nije.

Količina gibanja je uvijek očuvana!

Simulacija: Savršeno elastičan sudar

The screenshot shows the PhET Collision Lab simulation interface. The main window displays a 2D coordinate system with a 0.5 m scale bar. Three balls are shown: a large pink ball (Ball 1), a medium cyan ball (Ball 2), and a small purple ball (Ball 3). Each ball has a green arrow indicating its velocity vector. A large play button is centered over the simulation area. Below the simulation area, there is a table of data for the balls.

Simulation Controls:

- Balls:** 3 (selected), with a grid icon.
- Options:**
 - ☒ Velocity (green arrow icon)
 - ☐ Momentum (blue arrow icon)
 - ☒ Center of Mass (black 'x' icon)
 - ☐ Kinetic Energy
 - ☐ Values
 - ☒ Reflecting Border
 - ☐ Path
- Elasticity:** 100% (slider from Inelastic to Elastic)
- ☐ Constant Size
- + Momenta Diagram**

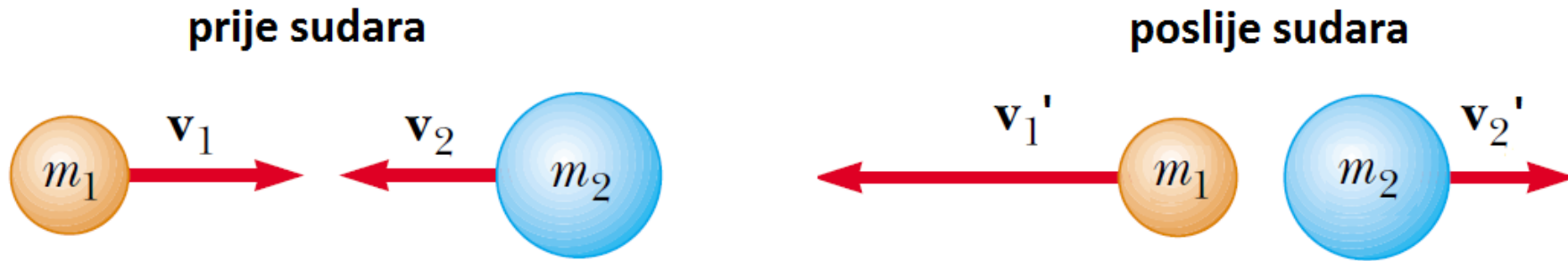
Data Table:

	Mass (kg)	Position (m)		Velocity (m/s)		Momentum (kg m/s)	
		x	y	v_x	v_y	p_x	p_y
1	0.50	0.90	0.21	-0.82	0.53	-0.41	0.27
2	3.00	-1.02	-0.60	-0.40	0.47	-1.20	1.41
3	1.00	1.15	-0.09	-0.56	-0.51	-0.56	-0.51

Simulation Interface:

- Collision Lab** (title)
- Navigation:** Home, Intro, Explore 1D, Explore 2D (selected), Inelastic.
- PhET** logo.

SAVRŠENO ELASTIČAN SUDAR - CENTRALNI



ZOKG

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$$

ZOE

$$\frac{m_1 \vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2^2}{2} = \frac{m_1 \vec{v}_1'^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2'^2}{2}$$

Rješenje:

$$\vec{v}_1' = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{v}_2' = \frac{(m_2 - m_1)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2}$$

SAVRŠENO ELASTIČAN SUDAR - CENTRALNI

Posebni slučajevi

prije sudara



poslije sudara



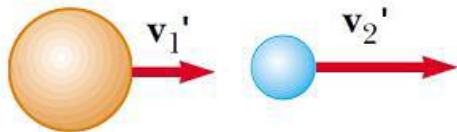
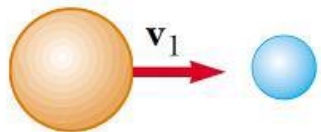
► $m_1 = m_2 = m \rightarrow \vec{v}'_1 = \vec{v}_2, \vec{v}'_2 = \vec{v}_1$

► čestice zamijene brzine;
ako i $v_2 = 0 \rightarrow \vec{v}'_1 = 0, \vec{v}'_2 = \vec{v}_1$



► $m_1 \ll m_2; v_2 = 0 \rightarrow \vec{v}'_1 = -\vec{v}_1, \vec{v}'_2 = 0;$

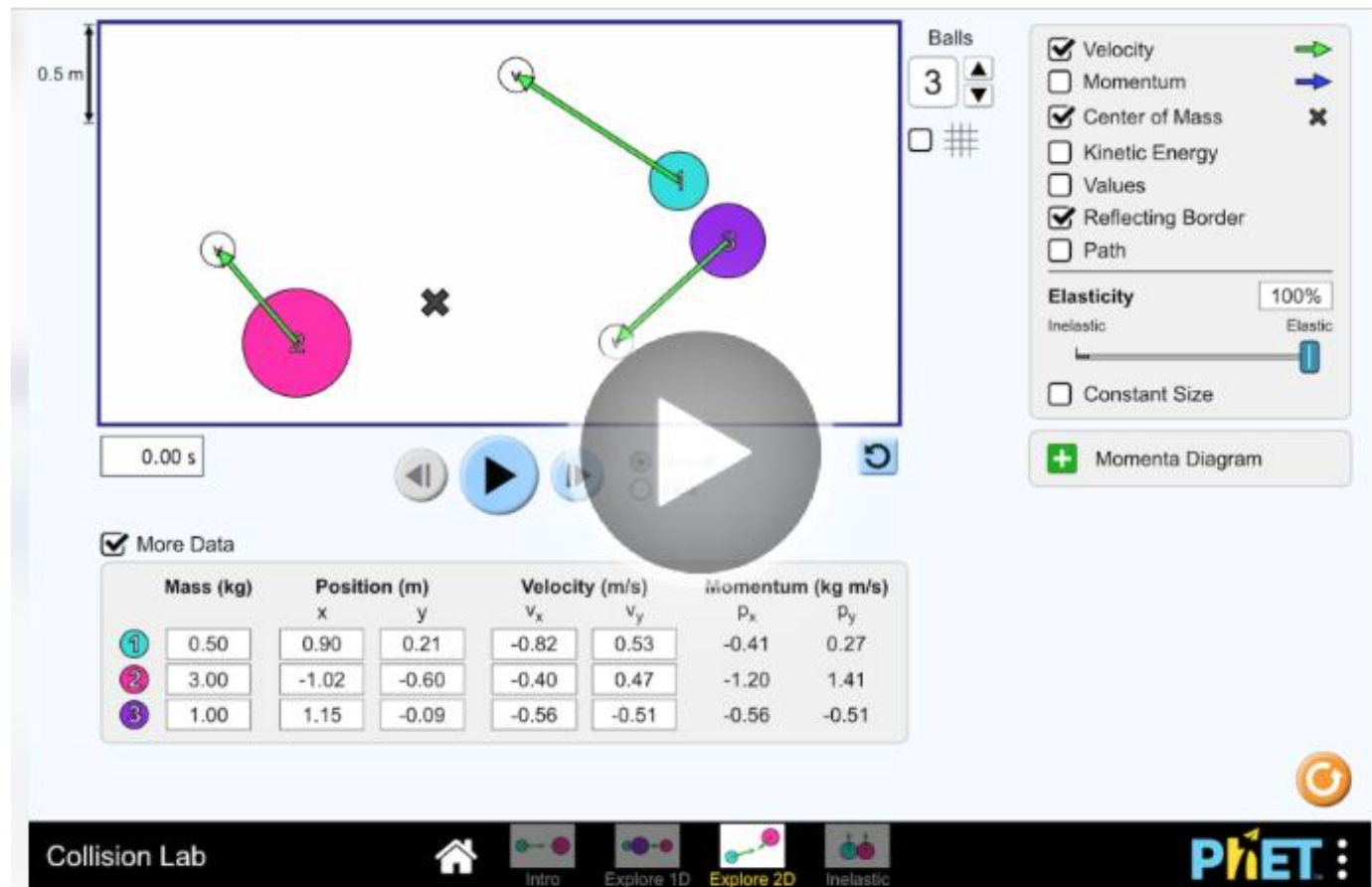
$$\Delta p_1 = 2m_1 v_1$$



► $m_1 \gg m_2; v_2 = 0 \rightarrow \vec{v}'_1 \approx \vec{v}_1, \vec{v}'_2 \approx 2\vec{v}_1;$

puno veće/manje
mase

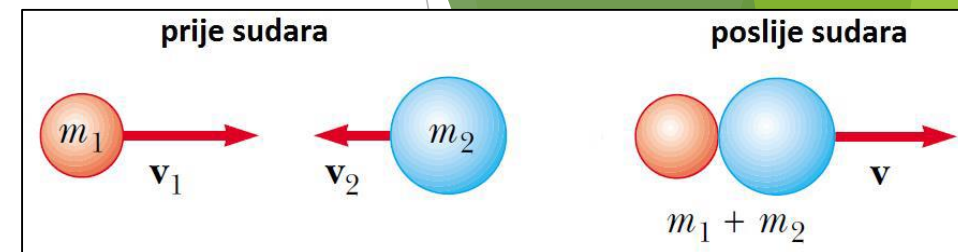
Simulacija: Savršeno neelastičan sudar



SAVRŠENO NEELASTIČAN SUDAR

- ▶ Kinetička energija **prije** sudara:

$$E_k = \frac{m_1 \vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2^2}{2}$$



- ▶ Kinetička energija **poslije** sudara:

$$E'_k = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \vec{v}'^2$$

- ▶ Q - razlika između konačne i početne kinetičke energije:

$$Q = E'_k - E_k = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \vec{v}'^2 - \frac{m_1 \vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2^2}{2}$$

$$Q = -\frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2$$

- ▶ $Q < 0$ pri savršeno neelastičnom sudaru.
- ▶ Promjena unutarnje energije sustava : $-Q$



Faktor restitucije

- ▶ Faktor restitucije pri izravnom centralnom sudaru dvaju tijela jednak je omjeru relativnih brzina nakon i prije sudara:

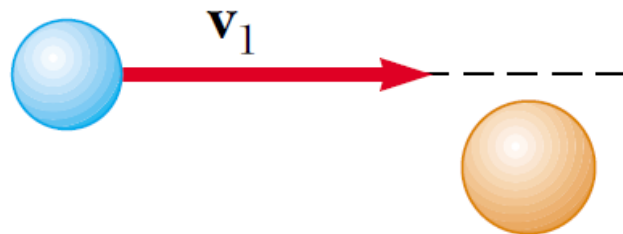
$$k = \frac{|\vec{v}'_1 - \vec{v}'_2|}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|}$$

- ▶ Savršeno elastičan sudar $k = 1$
- ▶ Neelastičan sudar $0 < k < 1$
- ▶ Savršeno neelastičan sudar $k = 0$

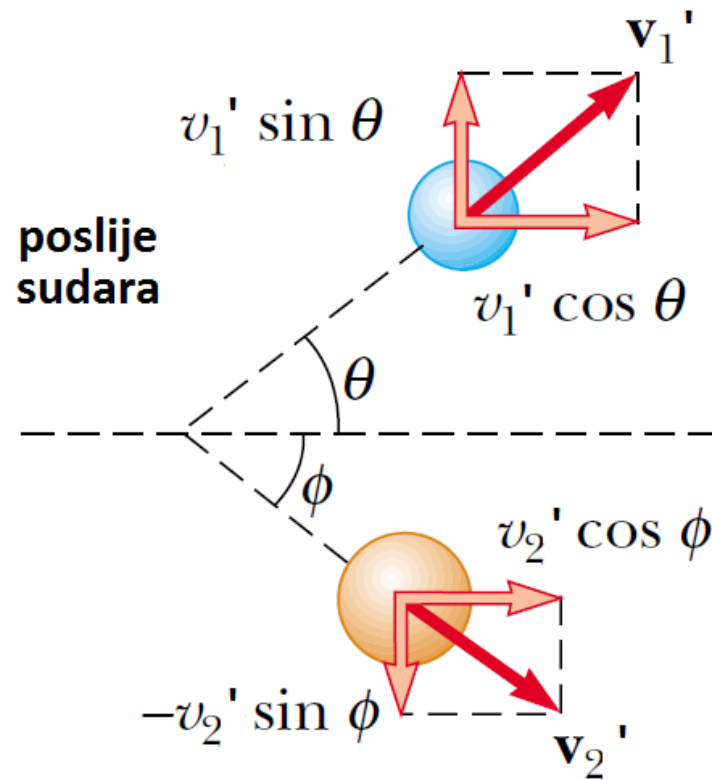


Sudar u dvije dimenzije

prije
sudara



poslije
sudara



STATIKA

= dio mehanike koji proučava zakonitosti slaganja sila koje djeluju na tijela i ravnotežu tijela.

Tijelo je u RAVNOTEŽI kada se **ne ubrzava** !

Pri tom tijelo može:

- mirovati
- gibati se **jednoliko po pravcu**
- **jednoliko rotirati** oko osi koja prolazi kroz centar mase

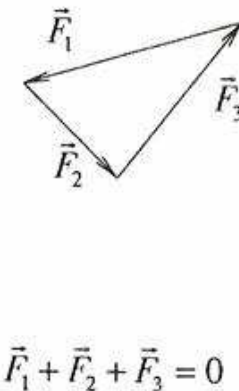
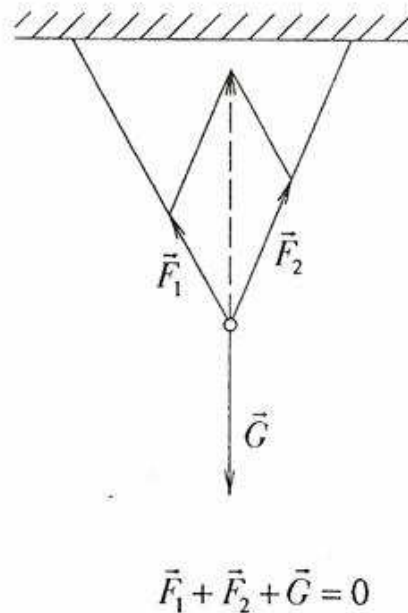
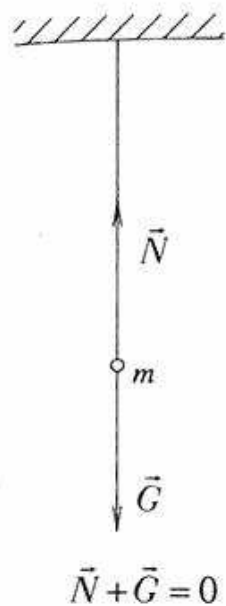
Općenito gibanje krutog tijela može se rastaviti na:

- ▶ translaciju tog tijela brzinom kojom se giba neka njegova točka (centar mase) i
- ▶ rotaciju oko osi koja prolazi kroz tu točku.

Ravnoteža materijalne točke

- Čestica je u ravnoteži ako je rezultantna sila na tu česticu jednaka nuli (zatvoren vektorski poligon sila na česticu).

$$\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i = 0$$



Kruto tijelo

- **Kruto tijelo** = tijelo koje pod utjecajem sila **ne mijenja oblik**.
- Sustav od mnoštva materijalnih točaka čiji međusobni razmaci ostaju uvijek isti.
- Idealizacija.

- **Čvrsto tijelo** = tijelo koje pod utjecajem sila **mijenja oblik**
(deformacija - elastična/plastična)

- Realno tijelo.

Kruto tijelo

- Centar mase za mnoštvo čestica smo odredili:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{M}$$

- Masa raspodijeljena kontinuirano po nekom volumenu V:

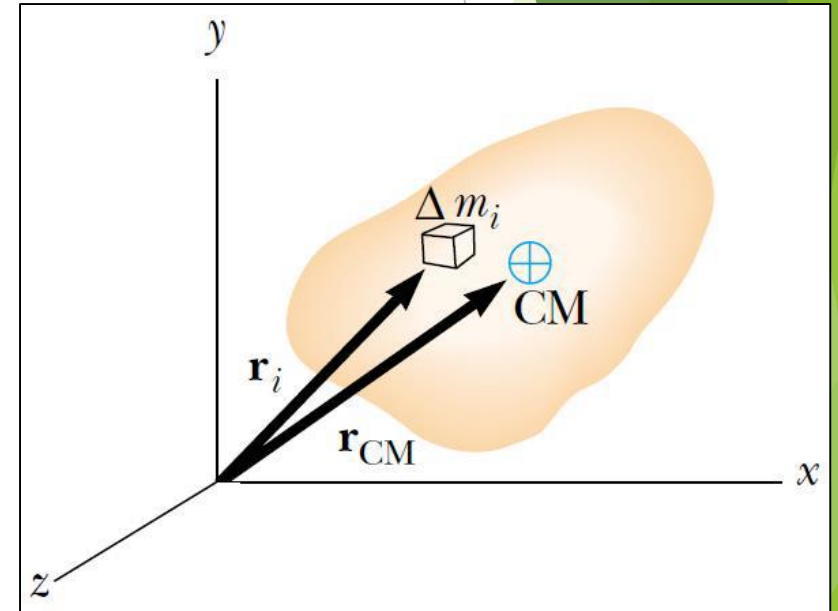
$$\vec{r}_i \rightarrow \vec{r}$$

$$m_i \rightarrow dm$$

- Gustoća ne mora biti konstantna:

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\int \vec{r} dm}{M} = \frac{\int \rho \vec{r} dV}{M}$$

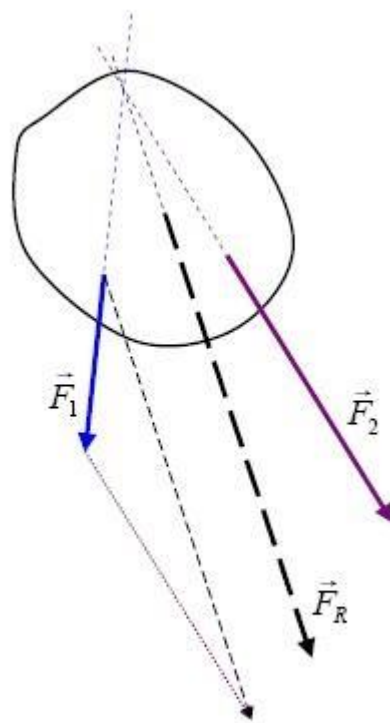


Djelovanje sila na kruto tijelo

Konkurentne sile
= sile čiji se pravci djelovanja **sijeku** u istoj točki tijela

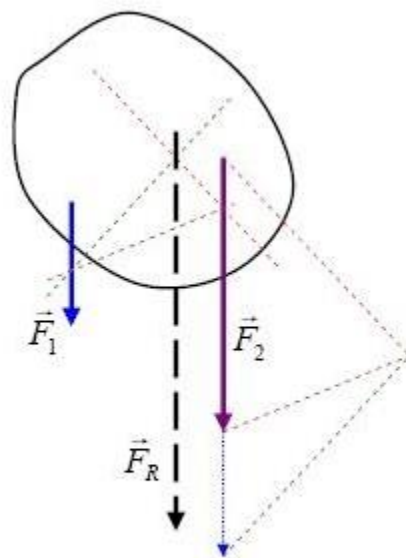
- imaju isto hvatište

$$\vec{F}_R = \sum_i^n \vec{F}_i$$

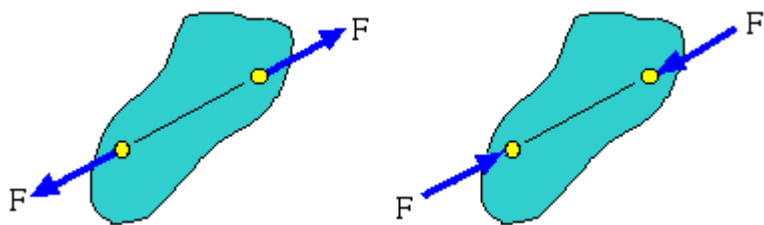


Nekonkurentne sile
= sile čiji se pravci djelovanja **ne sijeku** u istoj točki tijela

- nemaju isto hvatište



Djelovanje konkurentnih sila na kruto tijelo



Ako na tijelo djeluju dvije sile s različitim hvatištem, koje leže ne istom pravcu, tijelo je u ravnoteži ako su sile istog iznosa, a suprotnog smjera.

Hvatište sile može se pomicati duž pravca nosioca, a da se djelovanje sile na kruto tijelo ne promijeni (sila na kruto tijelo je klizni vektor).



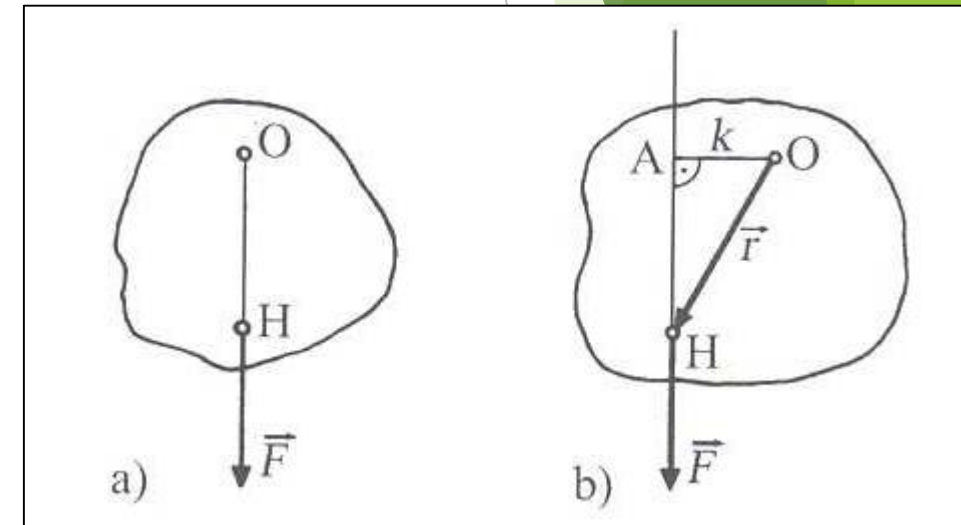
„Kad bih imao čvrst oslonac u svemiru i dovoljno dugačku motku, pomaknuo bih Zemlju.”

Moment sile

- ▶ Djelovanje sile na kruto tijelo može uzrokovati translacijsko gibanje, ali i **rotaciju** oko neke osi.
- ▶ Utjecaj sile na rotaciju opisuje se momentom sile.

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

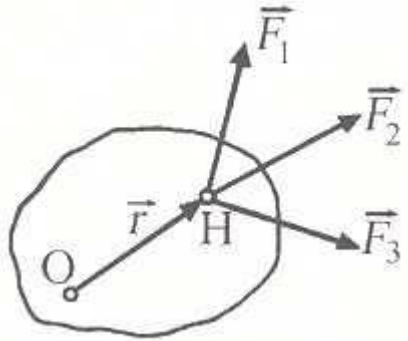
- ▶ O - os rotacije.
- ▶ H - **hvatište sile** = točka u kojoj djeluje sila.
- ▶ r = udaljenost od osi rotacije do hvatišta sile.
- ▶ **krak sile** (k) = udaljenost od osi rotacije do pravca na kojemu leži sila koja djeluje na tijelo.



Moment sile

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

- ▶ Više konkurentnih sila:
- ▶ Moment svake sile obzirom na točku O:
- ▶ $\vec{M}_i = \vec{r} \times \vec{F}_i$



$$\begin{aligned}\vec{M} &= \vec{r} \times \vec{F}_R = \vec{r} \times (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots) \\ &= \vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 + \dots = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots\end{aligned}$$

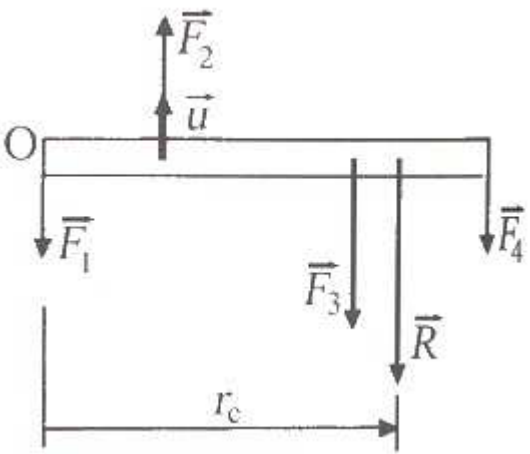
- ▶ Konkurentne sile mogu se zamijeniti jednom silom, njihovom rezultantom, ALI kad sile nisu konkurentne, njihovo djelovanje se ne može zamijeniti njihovom rezultantom!



Djelovanje nekonkurentnih sila na kruto tijelo

Najjednostavniji
primjer:

Paralelne sile



• pozitivan smjer definiramo jediničnim vektorom $\vec{u}$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = \vec{u}(F_1 + F_2 + \dots)$$

$$\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \dots = (\vec{r}_1 F_1 + \vec{r}_2 F_2 + \dots) \times \vec{u}$$

► Pomnožimo s $\frac{\sum_i F_i}{\sum_i F_i}$

$$\vec{M} = \frac{\sum_i \vec{r}_i F_i}{\sum_i F_i} \times \sum_i F_i \vec{u}$$

► Dobijemo : $\vec{M} = \vec{r}_C \times \vec{R}$;

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_i \vec{r}_i F_i}{\sum_i F_i}$$

► Paralelne sile (čiji zbroj je $\neq 0$) se mogu zamijeniti rezultantom koja djeluje u točki C, određenoj s $\vec{r}_C$

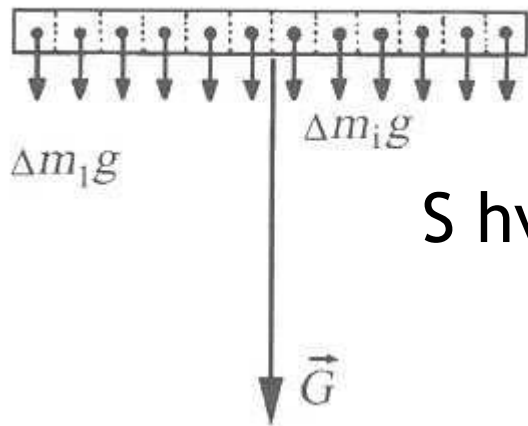
Djelovanje nekonkurentnih sila na kruto tijelo

Težište

Promatramo djelovanje sile teže na tijelo.

Ukupna sila teža na tijelo je rezultanta paralelnih sila - sila teža na svaku od pojedinih čestica tijela.

$$\vec{G} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \Delta m_i \vec{g}$$

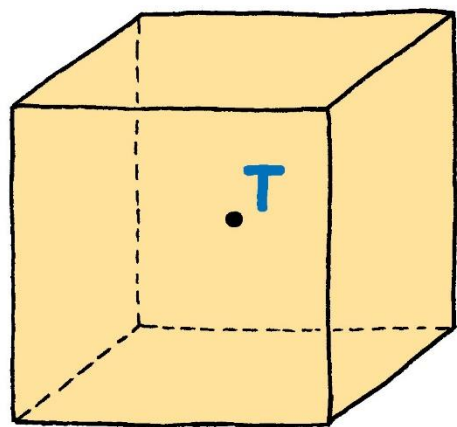


S hvatištem u točki

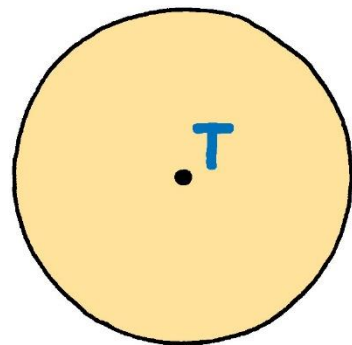
$$\vec{r}_T = \frac{\sum_i \vec{r}_i \Delta m_i g}{\sum_i \Delta m_i g} = \frac{\sum_i \vec{r}_i \Delta m_i}{\sum_i \Delta m_i} = \vec{r}_{CM}$$

Tako određeno hvatište sile zovemo **težište**

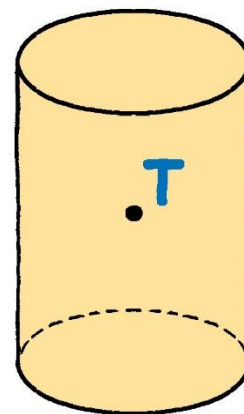




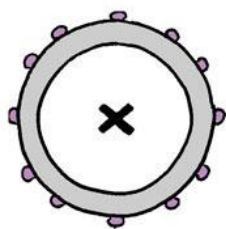
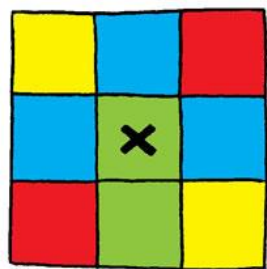
Kocka



Kugla



Valjak



Djelovanje nekonkurentnih sila na kruto tijelo

Par sila

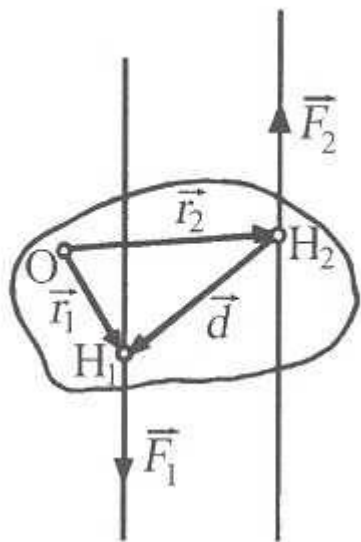
Što kad je zbroj paralelnih sila jednak nuli?
Postoji li tad moment sile? **Poseban slučaj!**

Zamijenimo ih dvjema paralelnim silama istog iznosa, a suprotnog smjera

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \rightarrow \vec{R} = 0$$

$$\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F}_1 = \vec{d} \times \vec{F}_1$$

Nema translacije, samo rotacija!



Ravnoteža krutog tijela

Djelovanje sila na kruto tijelo može proizvesti translacijsko i rotacijsko gibanje.

Uvjeti ravnoteže: $a = 0$ i $\alpha = 0$

► 1. uvjet ravnoteže:

$$\sum_i \vec{F}_i = 0$$

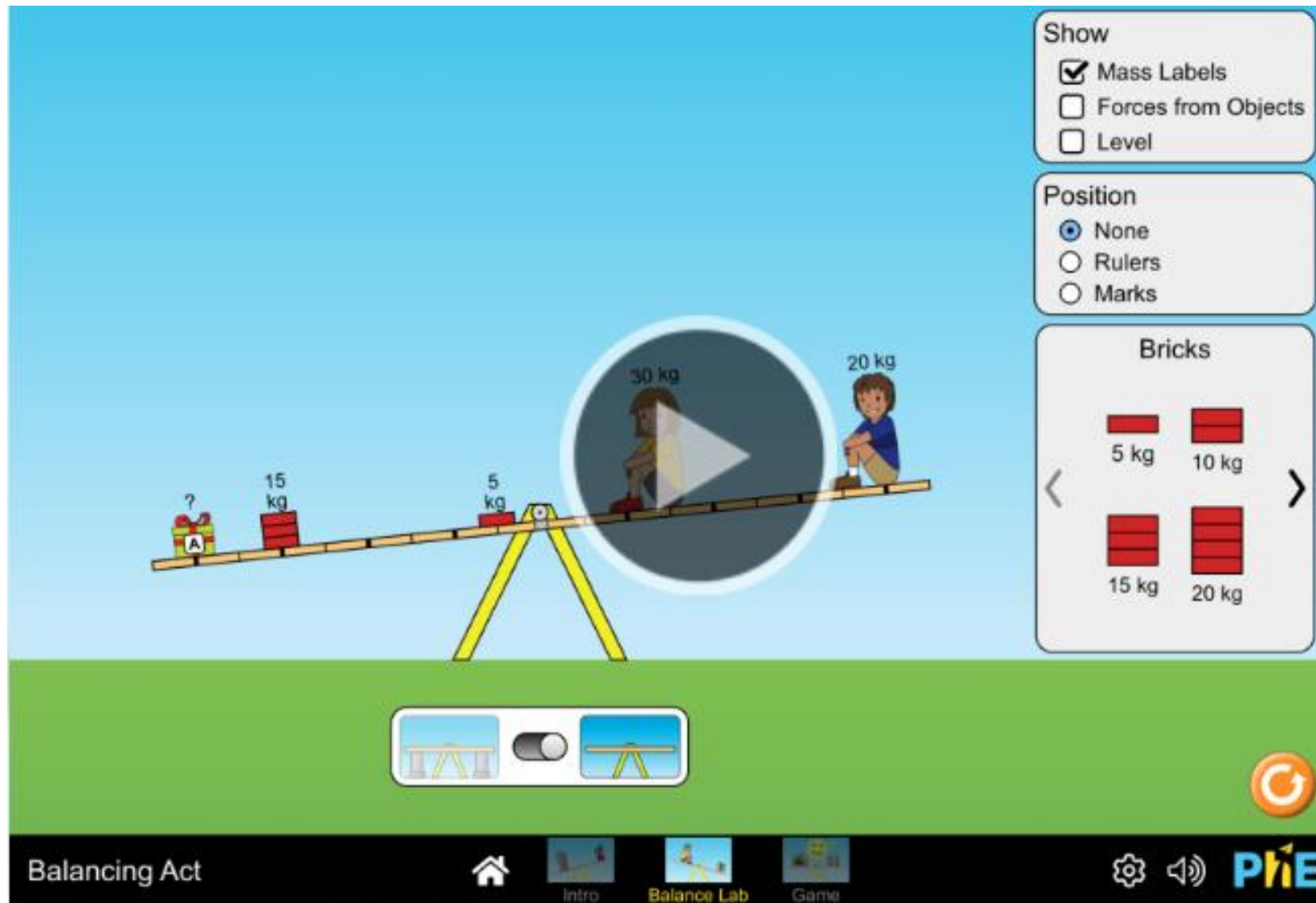
Vektorski zbroj svih vanjskih sila koje djeluju na kruto tijelo u ravnoteži = 0.

► 2. uvjet ravnoteže:

$$\sum_i \vec{M}_i = 0$$

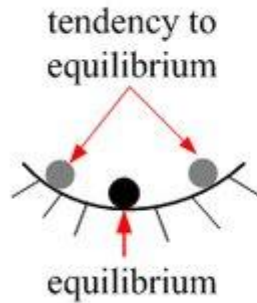
Vektorski zbroj svih vanjskih momenata (s obzirom na bilo koju točku) što djeluju na kruto tijelo u ravnoteži = 0.

Simulacija: Ravnoteža



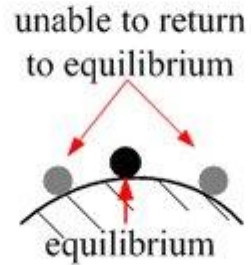


Ravnoteža krutog tijela



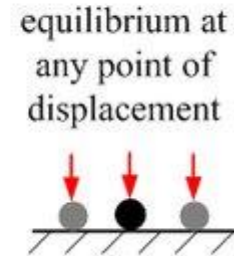
a) Stabilna ravnoteža

Potencijalna
energija je
minimalna



b) Labilna ravnoteža

potencijalna
energija je
maksimalna



c) Indiferentna ravnoteža

Kako odvrtnuti maticu ?

